

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Щёкина Вера Викторовна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 31.05.2019 15:39  
Уникальный программный идентификатор:  
a2232a55157e576551a8999b1191891af58989426420556b0c375a454e57789



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования**

**«Благовещенский государственный педагогический университет»**

**ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА**

**Рабочая программа дисциплины**

**УТВЕРЖДАЮ**

**И.о. декана физико-математического  
факультета ФГБОУ ВО «БГПУ»**

**О.А. Днепровская  
«22» мая 2019 г.**

**Рабочая программа дисциплины**

**ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ**

**Направление подготовки  
44.03.01 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ**

**Профиль  
«МАТЕМАТИКА»**

**Уровень высшего образования  
БАКАЛАВРИАТ**

**Принята на заседании кафедры  
физического и математического  
образования  
(протокол № 9 от «15» мая 2019 г.)**

**Благовещенск 2019**

**СОДЕРЖАНИЕ**

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА .....	3
2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ .....	4
3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ) .....	4
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....	9
6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....	16
7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ.....	19
8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ .....	19
9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ .....	19
10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА .....	21
11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ.....	22

## 1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**1.1 Цель дисциплины:** формирование и углубление систематических знаний в области математического анализа, связанной с курсом математики средней общеобразовательной школы, изучение приложений основ математического анализа при решении задач повышенной трудности.

**1.2 Место дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Задачи с параметрами» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений блока Б.1. В.05.

**1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:** УК-1, ПК-2, ОПК-8:

**УК-1.** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, **индикаторами** достижения которой является:

- УК-1.3 Аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.

**ПК-2.** Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования; **индикаторами** достижения которой является:

- ПК-2.2 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, системой основных математических структур и методов.

**ОПК-8.** Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний, **индикаторами** достижения которой является:

- ОПК-8.3 Демонстрирует специальные научные знания в т.ч. в предметной области

**1.4 Перечень планируемых результатов обучения.** В результате изучения дисциплины студент должен

**знать:**

- графики основных элементарных функций; линейные и модульные преобразования графиков функций; методы сложения и умножения графиков функций;
- алгоритмы: поиска области определения функции, нулей функции и промежутков знакопостоянства в случаях явного и параметрического заданий, исследования непрерывности функции в случаях явного и параметрического заданий, поиска критических точек, точек, подозрительных на экстремум, точек экстремума в случаях явного и параметрического заданий, поиска интервалов монотонности функции, интервалов выпуклостей графика функции в случаях явного задания;
- формулы для составления асимптот графика функции
- план проведения полного исследования функции и построения графика;
- формулы сокращенного умножения, свойства функций, методы исследования свойств функций (в том числе с помощью производной) и построения их графиков, уравнение прямой, кривые второго порядка на плоскости, формулы вычисления расстояния между прямыми, точками, уравнение касательной и нормали, методы решения уравнений и неравенств;

**уметь:**

- используя графики основных элементарных функций, линейные, модульные преобразования графиков, методы сложения и умножения графиков функций, построить график предложенной функции;
- построить график функции, проведя полное исследование в случаях явного и параметрического заданий функции;
- с помощью логических операций, используя все возможные математические знания и умения, решить задачу с параметром;

**1.5 Общая трудоемкость дисциплины** «Задачи с параметрами» составляет 3 зачетные единицы (далее – ЗЕ) (108 часов).

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

### 1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

#### Объем дисциплины и виды учебной деятельности (заочная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 10
Общая трудоемкость	108	108
Аудиторные занятия	16	16
Лекции	6	6
Лабораторные работы		
Практические занятия	10	10
Самостоятельная работа	88	88

## 2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

### 2.1 Заочная форма обучения

#### Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
1.	Методы построения графиков функций	24	2	4	18
2.	Задачи с параметром	80	4	6	70
зачет		4			
<b>ИТОГО</b>		<b>108</b>	<b>6</b>	<b>10</b>	<b>88</b>

#### Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Методы построения графиков функций	Практическое занятие	Работа по группам	2
2.	Задачи с параметром	Практическое занятие	Работа по группам	4
<b>ИТОГО</b>				<b>6</b>

## 3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

### 1. Методы построения графиков.

Модуль, его свойства. Понятие функции. Свойства функций. Основные элементарные функции. Линейные и модельные преобразования графиков. Сложная функция. Методы «сложения» и «умножения» графиков. Непрерывность функций в точке и на множестве. Свойства функций непрерывных на отрезке Точки разрыва функций.

### 2. Задачи с параметром.

Аналитические и графические методы решения задач с параметрами. Решение задач с параметром, с использованием свойств функций, в том числе и квадратичной функции. Применение производной при решении задач с параметром. Метод поиска необходимых условий. Решение задач с параметром, предложенных в ЕГЭ.

#### 4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1 Общие методические рекомендации

Данные рекомендации предназначены для студентов физико-математического факультета направления подготовки бакалавра «44.03.01 Педагогическое образование» профиль «Математика».

Процесс обучения указанной дисциплине преследует следующие цели:

- систематизировать и обобщить знания по теме «Методы построения графиков функций»,
- продолжить формирование умений и навыков строить графики функций различными способами,
- познакомить студентов с основными типами задач с параметром, их методами решения,
- продолжить формирование умений решать задачи с параметром и грамотно оформлять решение,
- в комплексе с другими математическими дисциплинами продолжить развитие математической культуры логических рассуждений и правильной устной и письменной математической речи.

В результате изучения дисциплины студент **должен иметь представление** о месте и роли задач с параметром в школьном курсе математики, в материалах ЕГЭ; **должен знать** основные понятия, относящиеся к этому разделу математики, методы решения задач с параметром; **должен уметь** решать задачи с параметром, предлагаемые в ЕГЭ.

##### 4.2 Методические рекомендации по подготовке к лекциям

Теоретический материал курса представлен планом лекционных занятий с указанием вопросов, рассматриваемых на каждой лекции.

##### План лекций для заочного обучения

Тема	Часы	Литература	Самостоятельная работа
Тема 1. Методы построения графиков функций Правила линейных и модульных преобразований графиков функций. Методы «сложения» и «умножения» графиков функций.	2	[12], [18], [19]; [1] стр. 139 – 144, 154 – 199; [4] стр. 73 – 146; [9] стр. 136 – 343, 359 – 370, 400 – 423; [10] стр. 149 – 183; [11] стр. 4 – 57; [15] стр. 111 – 119, 130 – 140, 148 – 233; [24] стр. 146 – 263, 314 – 340.	1. Определение функции. 2. Свойства функций: области определения, промежутки знакопостоянства, четность, нечетность, периодичность, монотонность, выпуклость или вогнутость графика функции, график функции. 3. Оформить в таблицу основные элементарные функции и их свойства. 4. Функции специального вида: $y =  x $ , $y = \operatorname{sgn} x$ , $y = [x]$ , $y = \{x\}$ , $y = D(x)$ . 5. Решение задач с применением линейных и модульных преобразований графиков, методов «сложения» и «умножения» графиков. 6. Повторить дифференциальное ис-

			числение функции одной переменной: понятие производной, правила дифференцирования функций, производные основных элементарных функций, свойства дифференцируемых функций (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши), план полного исследования функции и построения графика.
Тема 2. Задачи с параметром Свойства функций, их применение при решении задач с параметром. Применение свойств квадратичной функции. Примеры решения задач с использованием свойств функций и производной функции. Примеры решения задач с параметром различными способами.	4	[3], [14]; журналы «Математика в школе», «Математика для школьников»	1. Что такое задача с параметром? 2. Методы решения задач с параметрами: аналитические, графические, аналитико – графические. Аналитические способы решения задач с параметрами: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Параметр и поиск решений уравнений, неравенств и их систем («ветвление»);</li> <li>• Параметр и количество решений уравнений, неравенств и их систем;</li> <li>• Параметр и свойства решений уравнений, неравенств и их систем;</li> <li>• Параметр как равноправная переменная.</li> </ul> Примеры решения задач с параметрами каждым способом. 3. Графические способы решения задач с параметрами: параллельный перенос, поворот, гомотетия и др. Примеры решения задач. 4. Свойства функций. 5. Свойства квадратичной функции. 6. Применение производной при решении задач с параметром. 6. Решение задач с параметром из вариантов ОГЭ и ЕГЭ.
ВСЕГО:	6		

#### 4.3. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Учебно-методические материалы по подготовке практических занятий содержат планы проведения занятий с указанием последовательности рассматриваемых тем, задания для решения в группе и задания для самостоятельной работы.

В рабочей программе представлен примерный вариант контрольных и самостоятельных работ, которые позволяет проверить уровень усвоения изученного материала.

Рабочая программа содержит программу экзамена, которая позволит наиболее эффективно организовать подготовку к нему. При подготовке к занятиям и экзамену студенты могут использовать литературу, приведенную в рабочей программе.

Подготовку к экзамену наиболее рационально осуществлять путем повторения и систематизации курса с помощью кратких конспектов, включающий теоретический материал и примеры решения задач. При работе с теоретическим материалом студент должен

уяснить наиболее важные идеи каждой темы, уметь пользоваться основными понятиями и утверждениями (знать их формулировки, продемонстрировать их использование на примерах, понимать условия применения и т.д.). Как правило, каждая тема, изученная в рамках курса, содержит ряд основных задач, приемами и методами решения которых должен владеть студент.

Изучать материал рекомендуется по плану, представленному в плане лекций (см. выше). После изучения теоретических основ каждой темы рекомендуется выполнить задания из практического занятия.

#### 4.4. Методические указания к самостоятельной работе студентов

Для успешного усвоения дисциплины необходима правильная организация самостоятельной работы студентов. Эта работа должна содержать:

- регулярную (еженедельную) проработку теоретического материала по конспектам лекций и рекомендованной литературе;
- регулярную (еженедельную) подготовку к практическим занятиям, в том числе выполнение домашних заданий;
- подготовка к контрольной работе и ее успешное выполнение.

В качестве образца решения задач следует брать те решения, которые приводились преподавателем на лекциях или выполнялись на практических занятиях. При появлении каких-либо вопросов следует обращаться к преподавателю в часы его консультаций. Критерием качества усвоения знаний могут служить аттестационные оценки по дисциплине и текущие оценки, выставляемые преподавателем в течение семестра. При подготовке к контрольной работе по определенному разделу дисциплины полезно выписать отдельно все формулы, относящиеся к данному разделу, и все используемые в них обозначения. Также при подготовке к контрольной работе следует просмотреть конспект практических занятий и выделить в практические задания, относящиеся к данному разделу. Если задания на какие – то темы не были разобраны на занятиях (или решения которых оказались не понятными), следует обратиться к учебной литературе, рекомендованной преподавателем в качестве источника сведений. Полезно при подготовке к контрольной работе самостоятельно решить несколько типичных заданий по соответствующему разделу. В каждом семестре предусматривается проведение одной контрольной работы.

#### 4.5. Методические указания к зачету

Рабочая программа содержит программу зачета, которая позволит наиболее эффективно организовать подготовку к ним. Это процесс, в течение которого проверяются полученные знания по дисциплине: уровень теоретических знаний; развитие творческого мышления; навыки самостоятельной работы; умение синтезировать полученные знания и применять их в решение практических задач.

### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

Наименование раздела (темы) дисциплины	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом	Формы контроля СРС
Тема 1. Методы построения графиков функций	- Повторение тем: 1. Определение функции. 2. Свойства функций: области определения, промежутки знакопосто-	12	1. Проверка домашних заданий. 2. Выполнение и проверка кон-

	<p>яности, четность, нечетность, периодичность, монотонность, выпуклость или вогнутость графика функции, график функции.</p> <p>3. Оформить в таблицу основные элементарные функции и их свойства.</p> <p>4. Функции специального вида:  <math>y =  x </math>, <math>y = \operatorname{sgn} x</math>, <math>y = [x]</math>,  <math>y = \{x\}</math>, <math>y = D(x)</math>.</p> <p>5. Решение задач с применением линейных и модульных преобразований графиков, методов «сложения» и «умножения» графиков.</p> <p>6. Повторить дифференциальное исчисление функции одной переменной: понятие производной, правила дифференцирования функций, производные основных элементарных функций, свойства дифференцируемых функций (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши), план полного исследования функции и построения графика.</p> <p>- Подготовка к практическому занятию.</p> <p>- Выполнение домашней работы.</p> <p>- Подготовка к контрольной работе «Задачи с параметром» (№ 1, 2, 3) и её выполнение.</p>		<p>трольной работы «задачи с параметром» (№ 1, 2, 3), выполнение работы над ошибками.</p>
<p><b>Тема 2. Задачи с параметром</b></p>	<p>- Изучение тем:</p> <p>1. Что такое задача с параметром?</p> <p>2. Методы решения задач с параметрами: аналитические, графические, аналитико – графические. Аналитические способы решения задач с параметрами:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Параметр и поиск решений уравнений, неравенств и их систем («ветвление»);</li> <li>• Параметр и количество решений уравнений, неравенств и их систем;</li> <li>• Параметр и свойства решений уравнений, неравенств и их систем;</li> <li>• Параметр как равноправная переменная.</li> </ul> <p>Примеры решения задач с параметрами каждым способом.</p> <p>3. Графические способы решения</p>	80	<p>1. Проверка домашнего задания.</p> <p>2. Выполнение и проверка контрольной работы «Задачи с параметром» (№ 4, 5, 6, 7, 8, 9), выполнение работы над ошибками.</p>



	задач с параметрами: параллельный перенос, поворот, гомотетия и др. Примеры решения задач. 4. Свойства функций. 5. Свойства квадратичной функции. 6. Применение производной при решении задач с параметром. 6. Решение задач с параметром из вариантов ОГЭ и ЕГЭ. - Подготовка к практическим занятиям. - Выполнение домашних работ. - Подготовка к контрольной работе «Задачи с параметром» (№ 4 – 9), её выполнение.		
<b>Итого</b>		88	

## 5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (в условиях заочного обучения)

#### Тема 1. Методы построения графиков функций

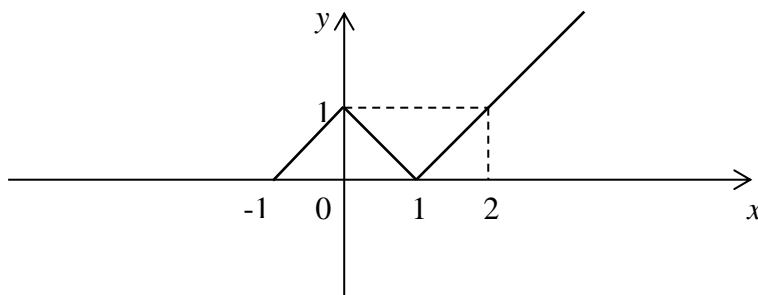
#### *Практическое занятие 1. Линейные и модульные преобразования графиков. Сложная функция. «Сложение» и «умножение» графиков*

Цели:

- формирование умений строить графики функций без использования полного исследования.

Содержание: решение задач следующих типов:

1. Задан график функции  $y = f(x)$ . На этом же чертеже построить графики функций:



а)  $y = f(x+a)$ ,  $(x+a) \in D_f$ ,  $\forall a \in \mathbf{R}^*$ ,

б)  $y = f(x)+a$ ,  $\forall a \in \mathbf{R}^*$ ,

в)  $y = f(ax)$ ,  $(xa) \in D_f$ ,  $\forall a \in \mathbf{R}^* \setminus \{1\}$ ,

г)  $y = af(x)$ ,  $\forall a \in \mathbf{R}^* \setminus \{1\}$ ,

если а)  $a = \frac{1}{2}$ , б)  $a = -2$ .

2. Построить график функции  $y = -3f(1-2x)$ ,  $y = -3f(1-2x)+1$ , если  $f$  – функция из задания 1.

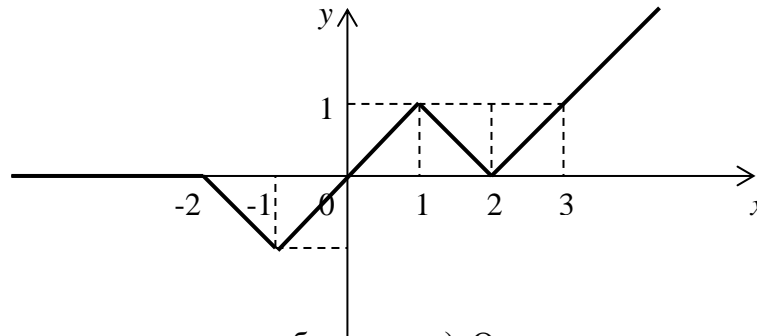
3. С помощью линейных преобразований графиков построить графики следующих функций:

а) дробно-рациональной функции  $y = \frac{x+3}{x+1}$ , б) тригонометрической функции

$$y = 1 - 2 \operatorname{ctg} \frac{x - \pi}{4},$$

в) показательной функции  $y = 3e^{1-x} - 1$ .

4. Задан график функции  $y = f(x)$ . На этом же чертеже построить кривые



а)  $y = f(|x|)$  (первое модульное преобразование). Определить является ли функция четной, нечетной, функцией общего вида.

б)  $y = |f(x)|$  (второе модульное преобразование).

в)  $|y| = f(x)$  (третье модульное преобразование). Почему эта кривая не является графиком какой-либо функции?

5. Используя модульные и линейные преобразования графиков, построить кривые

а)  $y = x^2 - 2|x| - 3$ , б)  $y = |(x+1)^2 - 1|$ , в)  $|y| = |1 - |x||$ , г)  $y = -3 \left| \ln \frac{|x|+1}{2} \right|$ .

6. Найти сложную функцию  $(g \circ f)(x)$ , затем сложную функцию  $(f \circ g)(x)$ , если

1)  $f(x) = \frac{1}{x-1}$ ,  $g(x) = x^2$ ;      2)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = x^2$ ;

3)  $f(x) = g(x) = \sqrt{1-x^2}$ ;      4)  $f(x) = 10^x$ ,  $g(x) = \lg x$ .

На одном чертеже изобразить графики функций  $(g \circ f)(x)$ ,  $(f \circ g)(x)$ .

7. Определить сложную функцию  $g(x) = (f \circ f)(x)$  и  $h(x) = (f \circ f \circ f)(x)$ , если

а)  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ ,      б)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ .

Используя модульные преобразования графиков, построить графики  $y = h(|x|)$ ,  $y = |h(x)|$ .

8. Написать формулы, задающие композиции:

1)  $w \circ y \circ v \circ z \circ u$ ,      2)  $y \circ v \circ z \circ u \circ w$ , если  $u = \sin x$ ,  $v = \log_2 x$ ,  $w = 1+x$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $z = \sqrt{x}$ .

Найти область определения каждой сложной функции.

9. Методом «сложения» графиков построить эскиз графиков функций:

1)  $y = x + \operatorname{arctg} x$ ,      2)  $y = x + \frac{1}{x}$ ,      3)  $y = x^3 + \frac{1}{2}x$ ,      4)  $y = x^2 - \frac{1}{x^2}$ ,

5)  $y = \sqrt{4-x^2} - x^2$ ,      6)  $\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ ,      7)  $\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .

10. В одной системе координат построить графики функций  $f(x)$  и  $\frac{1}{f(x)}$ :

1)  $f(x) = 3x - 2$ ,      2)  $f(x) = x^2 + 1$ ,      3)  $f(x) = x^2 - 1$ ,      4)  $f(x) = \frac{2-x}{2+x}$ .

11. Методом «умножения» графиков построить эскиз графиков функций:

$$1) y = \frac{\cos x}{x^2 + 1}, \quad 2) y = x^2 \cdot \operatorname{sign} x, \quad 3) y = \frac{\ln|x|}{x^2 - 1}.$$

12. Выяснить являются ли функции  $f(x)$  и  $g(x)$  взаимно обратными:

$$1) f(x) = \frac{x}{x+1}, g(x) = \frac{x}{x-1}; \quad 2) f(x) = \sqrt[3]{1-x^3}, g(x) = \sqrt[3]{1-x^3},$$

$$3) f(x) = \frac{x+1}{x-1}, g(x) = \frac{x+1}{x-1}; \quad 4) f(x) = 1 + \sqrt{x}, g(x) = (x-1)^2,$$

Построить их графики.

13. Работа по группам: построить графики функций, применяя линейные и модульные преобразования графиков.

**Домашнее задание:**

Задача 1. Используя линейные и модульные преобразования графиков, построить графики:

$$а) y = \frac{x+1}{x-1}, б) h(x) = \frac{2x+3}{3x-1}, в) g(x) = \sin(2x + \pi), г) p(x) = -\cos \frac{x}{3} + 2,$$

$$д) y = \left| \frac{1}{2} \arcsin \frac{1-x}{2} \right|.$$

Задача 2. Если  $f(x) = \begin{cases} -1, & x \geq 2, \\ 1-x, & 0 < x < 2, \\ \cos x, & x \leq 0, \end{cases}$  построить графики следующих функций:

$$g = f\left(x - \frac{\pi}{2}\right), h = 3f\left(x - \frac{\pi}{2}\right), p = 1 - f(x), q = f\left(2x + \frac{\pi}{2}\right).$$

Задача 3. Написать формулы, задающие композиции:

$$1) u \circ v \circ w \circ y \circ z, \quad 2) z \circ y \circ w \circ v \circ u, \text{ если } u = \sin x, v = \log_2 x, w = 1 + x, y = \frac{1}{x}, z = \sqrt{x}.$$

Найти область определения каждой сложной функции.

Задача 4. [12] № 331, 333, 342, 344.

### **Практическое занятие 2. Применение производной к исследованию функций и построение графиков**

**Цели:**

- формирование умений проводить полное исследование функций, заданных явно и параметрически, строить графики или кривые.

**Содержание:** провести полное исследование функций и построить их графики или кривые:

$$1. y = (x+1) \cdot \left(\frac{x-1}{x-2}\right)^2, \quad 2. y = \frac{4+x-2x^2}{(x-2)^2}, \quad 3. y = \frac{x^4}{x^3+2}, \quad 4. y = \sqrt{\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3x}},$$

$$5. y = x \cdot \sqrt{|x^2-1|}, \quad 6. y = \frac{\sqrt{1+|x-2|}}{1+|x|}, \quad 7. y = \sqrt[3]{x^2 \cdot |2-x|}, \quad 8. y = \frac{1}{\sin x + \cos x},$$

$$9. y = \sin x \cdot \cos 2x, \quad 10. y = \frac{\cos 2x}{\cos x}, \quad 11. y = \ln \sin x, \quad 12. y = \cos x - \ln \cos x,$$

$$13. y = \arcsin \ln(x^2+1), \quad 14. y = \left(a + \frac{x^2}{a}\right) \cdot e^{\frac{x}{a}}, \quad 15. y = e^{8x-x^2-14}, \quad 16. y = e^{\frac{1-x}{1+x}}.$$

Работа в группах: построение графиков, доклад у доски.

**Домашнее задание:**

I. Провести полное исследование функций и построить их графики или кривые:

$$\begin{array}{llll}
1. y = x^3 - 2x^2, & 2. y = (x+2)^2 \cdot (x-1)^2, & 3. y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}, & 4. y = \sqrt{x} + \sqrt{4-x}, \\
5. y = \sqrt[3]{(x+4)^2} - \sqrt[3]{(x-4)^2}, & 6. y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2}}, & 7. y = \frac{x^2 \cdot \sqrt{x^2-1}}{2x^2-1}, & \\
8. y = \sin x + \cos x, & 9. y = \sin^3 x + \cos^3 x, & 10. y = \frac{1}{\operatorname{arctg} x}, & 11. y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}, \\
12. y = \arccos \frac{1-x^2}{1+x^2}, & 13. y = \begin{cases} x \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases} & & 14. y = e^{\arcsin \sqrt{x}}.
\end{array}$$

II. [12] № 917, 918, 922, 926, 928, 933, 935, 936, 939, 941, 943; 960, 961, 964, 966, 968, 970, 977, 981, 984; 946, 949, 952, 954, 957.

## Тема 2. Задачи с параметром

### Практическое занятие 3. Задачи с параметром: аналитический способ решения

Цели:

- формирование умений решать задачи с параметром, используя свойства функций.

Содержание: решение задач:

1. Решить уравнение, неравенство, систему уравнений или неравенств:

$$1) \frac{3^x + 5}{3^x - 3} + \frac{3^x - 7}{3^x + 1} = \frac{2b}{9^x - 2 \cdot 3^x - 3}, \quad 2) (a-2) \cdot \left( \frac{5}{3} \cdot 2^{2x} \cdot a + 1 \right) = 2 \cdot \sqrt{(a-2)^2 \cdot (1-4^x \cdot a)},$$

$$3) \frac{1-2\sin^2 x}{1+\sin 2x} = (a-1) \cdot \operatorname{tg} x, \quad 4) \begin{cases} \lg(x+y) = \lg x + \lg y, \\ \lg(x+ay) = \lg x + 2 \lg y, \end{cases}$$

$$5) \log_a \sqrt{3,5x-1,5} \cdot \log_x a < 1.$$

2. В зависимости от значений параметра  $a$  найти число корней уравнения

$$x + \sqrt{x + \frac{1}{2}} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = a.$$

3. При каких значениях параметра  $a$  промежуток  $[0; a]$  содержит не менее трёх корней уравнения  $2 \cos 2x - |1 + 2 \sin x| = 1$ ?

4. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $25^x - (a-4) \cdot 5^x - 2a^2 + 10a - 12 = 0$  не имеет действительных корней?

5. Найти все значения  $c$ , при которых система  $\begin{cases} (\operatorname{ctg} x + \sqrt{3}) \cdot (x+c) = 0, \\ 2 \leq x < 4 \end{cases}$  имеет только одно решение.

6. В интервале  $(0; 1)$  найти подмножество тех  $x$ , для которых справедливо неравенство:

$$\left( \frac{1}{81} \right)^{8+\log_a x} > \left( \frac{1}{3} \right)^{\log_a^2 x}.$$

7. При каких значениях параметров  $a$  и  $b$  множество решений неравенства  $\sqrt{x-a} > \sqrt{2x-b}$  совпадает с промежутком  $[1; 5)$ ?

8. При каких действительных значениях параметра  $a$  из того, что  $x$  является корнем уравнения  $4x^2 - 2(4a-1)x + 3(a+2)(a-1) = 0$  следует, что  $x$  не является решением уравнения  $|x-a| + |x-3a| = 2|a|$ ?

9. Найти значения параметра  $a$ , при которых уравнения  $\sin x = 2\sin^2 x$  и  $\sin 3x = (a+1)\sin x - 2(a-1)\sin^2 x$  равносильны.
10. При каких действительных значениях параметра  $a$  множества решений уравнений  $4\cos^2 x = a^2 - 6$  и  $1 - \cos 2x = \frac{a}{6}$  совпадают?

Работа по группам: решение задач по группам.

**Домашнее задание:**

1. Решить уравнение, неравенство, систему уравнений или неравенств:

1)  $\frac{2^x + 3}{2^x - 2} + \frac{2^x + 7}{2^x - 4} = \frac{4a}{4^x - 6 \cdot 2^x + 8}$ , 2)  $m \cdot (\sin^2 x - 5\cos^2 x) = \cos x \cdot \sqrt{3m^2 + 5m^2 \operatorname{tg}^2 x}$ ,

3)  $-\frac{3}{5} < a \ln x + (a \ln x)^2 + \dots + (a \ln x)^n + \dots < 1$ , 4)  $\begin{cases} y \cdot \sqrt{x^2 + y^2} - 2ay - 3 = 0, \\ x \cdot \sqrt{x^2 + y^2} = 2ax. \end{cases}$

2. В зависимости от значений параметра  $a$  найти число корней уравнения

$$x + \sqrt{x + \frac{1}{2}} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = a.$$

3. При каких значениях параметра  $a$  промежуток  $[0; a]$  содержит не менее трёх корней уравнения  $2\cos 2x - |1 + 2\sin x| = 1$ ?

4. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $25^x - (a-4) \cdot 5^x - 2a^2 + 10a - 12 = 0$  не имеет действительных корней?

5. Найти все значения  $c$ , при которых система  $\begin{cases} (\operatorname{ctg} x + \sqrt{3}) \cdot (x + c) = 0, \\ 2 \leq x < 4 \end{cases}$  имеет только одно решение.

6. При каких значениях параметра  $a$  уравнения  $\log_{\sqrt{2ax+4}}(2x^2 - x + 3) = 2 \log_{2ax+4}(x^2 + 2x + 1)$  имеет единственное решение?

7. Определить число корней уравнения  $\frac{a \sin x - 2}{a - 2 \cos x} = \frac{a \cos x - 2}{a - 2 \sin x}$  на отрезке  $[20\pi; 29\pi]$ .

8. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $\left| \frac{(a-1)x - (2a-1)}{x-1} \right| + \left| x - |1-a| + \frac{1}{2} \right| = 0$  имеет лишь положительные решения?

9. Найти все значения параметра  $a$ , при которых всякое решение неравенства

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2(x-1)^2}} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{(3-x)^2}}$$

входит в область определения функции  $f(x) = \lg(9 - 16a^4 x^2)$ .

**Практическое занятие 4. Применение свойств квадратичной функции и производной при решении задач с параметром**

Цели:

- формирование умений решать задачи с параметром, используя свойства функций.

Содержание: решение задач:

1. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых квадратичная функция

$$f(x) = (\sin a) \cdot x^2 + (2 \cos a) \cdot x + \frac{\cos a + \sin a}{2}$$

является квадратом линейной функции?

2. На координатной плоскости изобразить множество пар  $(a; b)$ , для каждой из которых уравнение  $(x^2 + 2x + (a-b)^2) \cdot (x^2 - 2x + (2b-a)^2) = 0$  не имеет действительных корней.

3. Найти все пары значений  $a$  и  $b$ , для которых система

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + a \cdot (x + y) = x - y + a, \\ x^2 + y^2 + bxy - 1 = 0 \end{cases}$$

имеет не менее пяти решений  $(x; y)$ .

4. При каких значениях параметра  $a$  наименьшее значение функции  $f(x) = 4^x - 2^{3+x} \cdot a + 7a^2$  на отрезке  $[-2; 0]$  отрицательно?

5. Найти точку с наибольшей ординатой, удовлетворяющую системе неравенств

$$\begin{cases} y - 2x \geq 0, \\ -x^2 + 2ax - a^2 + a + 1 - y \geq 0. \end{cases}$$

6. При каких значениях параметра  $a$  сумма квадратов корней уравнения

$$x^2 + x \cdot \sqrt{6 - a - a^2} - (7a + 1) = 0$$

принимает наибольшее значение?

7. На координатной плоскости  $(p; q)$  найти множество точек, для которых уравнение  $x^2 - 2px + q = 0$  имеет два таких вещественных корня  $x_1, x_2$ , что  $x_1^2 + x_2^2 = 2$ .

### Применение производной при решении задач с параметром

8. При каких значениях параметра  $k$  касательная к графику функции  $f(x) = kx^2$  образует с осью  $Ox$  угол, равный  $\frac{\pi}{3}$ , и отсекает от четвёртой четверти треугольник, площадь которого

равна  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ .

9. Найти критические точки функции  $f(x) = (2x - 1) \cdot \sqrt[4]{x - a}$ .

10. При каких значениях параметров  $a$  и  $b$  функция  $f(x) = ae^{2x} + be^{-x}$  не имеет экстремумов?

11. Найти все положительные значения параметра  $a$ , для которых функция  $f(x) = 2^{\frac{a(x+1)}{a^2+3a-x}}$  монотонно возрастает на промежутке  $[1; 4)$ .

12. Найти неотрицательные значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \sin x \cdot \cos y = a^3 - a^2 - 6a + \frac{35}{4}, \\ \cos x \cdot \sin y = a^2 - 6a + \frac{33}{4} \end{cases}$$

имеет решения. Найти эти решения.

Работа по группам: решение задач по группам.

**Домашнее задание:** решить задачи:

1. Найти все целые значения параметра  $a$ , при которых неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - (5a-6)x + 4a^2} \leq 1$  вы-

полняется при любом действительном значении  $x$ .

2. Найти все значения параметра  $a$ , при которых вершины двух парабол

$$f(x) = 4x^2 + 8ax - a \text{ и } g(x) = 4ax^2 - 8x + a - 2$$

лежат по одну сторону от прямой  $y = -5$ .

3. При каких действительных значениях параметра  $a$  уравнение  $(a+1) \cdot 2^{2x} + 2^x + 3 - a = 0$  имеет единственное решение?

4. На координатной плоскости рассматривается множество  $M$ , всех точек, координаты  $(a; b)$  которых удовлетворяют условиям  $-3 < a < 0$ ,  $0 < b < 9$  и таковы, что уравнение  $(b+2a) \cdot x^4 + (b+7a) \cdot x^2 + (b-a) = 0$  имеет четыре различных корня.

- а) Принадлежит ли точка  $N(-2; 3)$  множеству  $M$ ?
- б) Найти площадь многоугольника, внутренней областью которого является множество  $M$ .
5. Найти все значения параметра  $a$ , при которых на графике функции  $f(x) = ax^3 + (a-1)x^2$  существует единственная точка с отрицательной абсциссой, касательная к которой параллельна прямой  $y = 2x$ .
6. При каких значениях параметра  $a$  функция  $f(x) = x^3 + 3(a-7)x^2 + 3(a^2-9)x + 1$  имеет положительную точку максимумов?
7. При каких значениях параметров  $a$  и  $b$  значения функции  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x^2 + bx + a}$  не зависят от  $x$ ?
8. Найти наибольшее значение функции  $f(x) = x^4 - 2ax^2 + 3a^2$  на отрезке  $[-2; 1]$  в зависимости от значений параметра  $a$ .

**Практическое занятие 5. Решение задач с параметром, предложенных в ЕГЭ**

Цели:

- формирование умений решать задачи с параметром, используя свойства функций.

Содержание: решение задач:

1. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x^2 - 3|x - a^2| - 5x$  имеет более двух точек экстремума.
2. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x^2 - 4|x - a^2| - 8x$  имеет хотя бы одну точку максимума.
3. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции  $f(x) = 2ax + |x^2 - 4x + 3|$  больше 1.
4. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции  $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 12|$  больше 1.
5. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} \sqrt{(x-2a)^2 + (y-a)^2} \leq \frac{|a|}{6\sqrt{5}}, \\ x - 2y \geq 1 \end{cases}$$

имеет решения.

6. Найти наименьшее целочисленное значение параметра  $a$ , при котором система неравенств

$$\begin{cases} \sqrt{(11-x-3a)^2 + (y-4a+4)^2} \leq \frac{|a-1|}{5}, \\ 4x + 3y \leq -12 \end{cases} \text{ не имеет решений.}$$

7. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} (x+1-2a)^2 + (y+2a-1)^2 \leq (2a+1)^2, \\ (x+1+4a)^2 + (y-6a-1)^2 \leq (9a-6)^2 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

8. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (a+4)^2 = |x+a+4| + |x-a-4|$$

имеет единственный корень.

9. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} a(x^4 + 1) = y + 2 - |x|, \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Урок соревнования между микрогруппами.

*Домашнее задание:* решить задачи 1.1 – 1.15, 2.1 – 2.31 стр. 9 – 20 [Математика в школе № 4, 2013 г.]; решить задачи № 4, 5, 6, 7, 8, 9 из домашней контрольной работы «Задачи с параметром», сдать на практическом занятии № 5

## 6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

### 6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
УК-1, ПК-2, ОПК-8	Домашняя контрольная работа «Задачи с параметром»	Низкий (неудовлетворительно)	Самостоятельная работа не засчитывается, если студент: 1) допустил число ошибок и недочетов, превосходящее норму, при которой может быть достигнут пороговый показатель; 2) или если правильно выполнил менее половины работы.
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил: 1) не более двух грубых ошибок; 2) или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета; 3) или не более двух-трех негрубых ошибок; 4) или одной негрубой ошибки и трех недочетов; 5) или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.
		Базовый (хорошо)	Студент выполнил работу полностью, но допустил в ней: 1) не более одной негрубой ошибки и одного недочета; 2) или не более двух недочетов.
		Высокий (отлично)	Студент 1) выполнил работу без ошибок и недочетов; 2) допустил не более одного недочета.

### 6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является экзамен.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

**Критерии оценивания устного ответа на практическом занятии, семинаре**



Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения, правила в конкретных случаях.

**Критерии оценивания:**

- 1) полноту и правильность ответа;
- 2) степень осознанности, понимания изученного;
- 3) языковое оформление ответа.

**Оценка «отлично»** ставится, если:

- 1) студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

**«хорошо»** – студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1–2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

**«удовлетворительно»** – студент обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

**Оценка «неудовлетворительно»** ставится, если студент обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

### **Критерии оценивания контрольных работ**

**Оценка «отлично»** ставится, если студент:

1. выполнил работу без ошибок и недочетов;
2. допустил не более одного недочета.

**Оценка «хорошо»** ставится, если студент выполнил работу полностью, но допустил в ней:

1. не более одной негрубой ошибки и одного недочета;
2. или не более двух недочетов.

**Оценка «удовлетворительно»** ставится, если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил:

1. не более двух грубых ошибок;
2. или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета;
3. или не более двух-трех негрубых ошибок;
4. или одной негрубой ошибки и трех недочетов;
5. или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.

**Оценка «неудовлетворительно»** ставится, если студент:

1. допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3»;
2. или если правильно выполнил менее половины работы.

### Критерии оценивания устного ответа на зачете

Оценка «зачтено» выставляется студенту, если:

- а) выполнены все контрольные мероприятия из фонда оценочных средств по разделу;
- б) даны полные обоснованные ответы по пяти пунктам билета;

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если:

- а) не выполнены контрольные мероприятия из фонда оценочных средств или
- б) не представлены верные обоснованные ответы на пять пунктов билета.

### 6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

#### Домашняя контрольная работа «Задачи с параметром»

0 вариант

1. Используя линейные и модульные преобразования графиков, построить график функции:  $y = -2 \cdot \left| \arcsin \frac{1+x}{-2} \right|$ .

2. Используя методы «сложения» и «умножения» графиков, построить график функции:  $y = 2x + \cos 2x$ .

3. Построить график функции  $y = (2 + x^2)e^{-x^2}$ .

4. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$2(ax^2 - 4x)^2 + (a^2 - 2a + 8) \cdot (ax^2 - 4x) - a^2(a - 4) = 0$$

имеет ровно два решения.

5. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение не имеет корней:  $27x^6 + (4a - 2x)^3 + 6x^2 + 8a = 4x$ .

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(\log_5(x+3) - \log_5(x-3))^2 - 7(\log_5(x+3) - \log_5(x-3)) - 4a^2 - 6a + 10 = 0$$

имеет ровно два решения.

7. Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых система  $\begin{cases} -x^2 + 12x - a \geq 0, \\ x \leq 2 \end{cases}$

выполняется хотя бы при одном значении  $x$ .

8. Найдите наименьшее целочисленное значение параметра  $a$ , при котором система нера-

венств не имеет решений:  $\begin{cases} \sqrt{(11-x-3a)^2 + (y-4a+4)^2} \leq \frac{|a-1|}{5}, \\ 4x+3y \leq -12. \end{cases}$

9. На координатной плоскости рассматривается множество  $M$ , всех точек, координаты  $(a; b)$  которых удовлетворяют условиям  $-4 < a < 0$ ,  $0 < b < 6$  и таковы, что уравнение  $(b+2a) \cdot x^4 + (b+7a) \cdot x^2 + (b-a) = 0$  имеет четыре различных корня. Найти площадь многоугольника, внутренней областью которого является множество  $M$ .

### Программа зачета

1. Понятие функции. Свойства функций.
2. Сложная функция.
3. Линейные преобразования графиков.

4. Модульные преобразования графиков.
5. Метод «сложения» графиков.
6. Метод «умножения» графиков.
7. Исследование монотонности функции с помощью производной.
8. Исследование монотонности параметрически заданной функции с помощью производной.
9. Экстремумы функции. Экстремумы параметрически заданной функции.
10. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба.
11. Асимптоты графика функции.
12. Полное исследование функции и построение графика.
13. Задачи с параметром.
14. Аналитические методы решения задач с параметром.
15. Графические методы решения задач с параметром.
16. Решение задач с параметров, используя свойства функций.

## **7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ**

**Информационные технологии** – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Официальный сайт БГПУ;
- Система электронного обучения ФГБОУ ВО «БГПУ»;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий.

## **8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

## **9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ**

### **9.1 Литература**

1. Баврин, И.И. Высшая математика: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Академия, – 2004. – 611 с. (45 экз.)
2. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель. – 2006. – 558 с. (22 экз.)

3. Горнштейн, И.И. Задачи с параметрами. / И.И. Горнштейн и др. – М.: Илекса, Харьков: Гимназия, 2002. – 336 с.
4. Архипов, Г.И. Лекции по математическому анализу: учебник для ст-тов вузов / Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков. – М.: Дрофа, 2003. – 638 с.
5. Баврин, И.И. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов / И.И. Баврин, В.Л. Матросов. – М.: Владос, – 2004. – 398 с.
6. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., – 2006. – 326 с.
7. Бугров, Я.С. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов, обучающихся по инженерно-технич. спец. В 3 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления. / Я.С. Бугров. – М.: Дрофа. – Высшее образование. – (Современный учебник). – 2004. – 509 с.
8. Вся высшая математика: учебник для ст-тов вузов / М.Л. Краснов, А.И. Киселёв, Г.И. Макаренков и др. Т.2. – М.: УРСС. – 2004. – 187 с.
9. Гусак, А.А. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов. В 2 т. / А.А. Гусак. – Минск: ТетраСистемс. – 2004. – Т.1. – 544 с.
10. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 1. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование». – 2005. – 303 с.
11. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебное пособие / В.В. Ильина [и др.]; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное агентство по образованию, БГПУ. – Благовещенск: [Изд-во БГПУ]. – 2006. – 93 с.
12. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов: учеб. пос. для ст-тов высш. техн. учеб. заведений / Г.С. Бараненков, Б.П. Демидович, В.А. Ефименко и др.; под ред. Б.П. Демидовича. – М.: АСТ: Астрель, 2006. – 495 с.
13. Ильин, В.А. Математический анализ: учебное пособие. В 2 ч. Ч. 1. / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл. Х. Сендов; под ред. А.Н. Тихонова; МГУ им. М.В. Ломоносова. – М.: Проспект: Велби. – 2006. – 660 с.
14. Козько, А.И. Задачи с параметром и другие сложные задачи. / А.И. Козько, В.Г. Чирский. – М.: МЦНМО, 2008. – 376 с.
15. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2-х т. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды./ Л.Д. Кудрявцев. — М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2003. – 400 с.
16. Кудрявцев, Л.Д. Сборник задач по математическому анализу. Т. 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость: Учеб. пособие. / под ред. Л.Д. Кудрявцева. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 496 с.
17. Лунгу, К.Н. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. / К.Н. Лунгу, В.П. Норин, Д.Т. Письменный, Ю.А. Шевченко, С.Н. Федина – М.: Айрис-пресс. – 2004. – 576 с.
18. Мордкович, А.Г. Алгебра. 8 кл.: в двух частях, Ч.1: учеб. пос. для общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская. – М.: Мнемозина, 2003. – 239 с.
19. Мордкович, А.Г. Алгебра. 8 кл.: в двух частях, Ч.2: Задачник для общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская. – М.: Мнемозина, 2003. – 239 с.
20. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. В 2 ч. / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс. – 2005. – 608 с.
21. Журналы: «Математика в школе», «Математика для школьников», «Квант».

## 9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Открытый колледж. Математика - Режим доступа: <https://mathematics.ru/>.
2. Математические этюды. - Режим доступа: <http://www.etudes.ru/>.

3. Федеральный портал «Российское образование» -Режим доступа: <http://www.edu.ru>.

4. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - Режим доступа: <http://www.window.edu.ru>.

5. Портал Электронная библиотека: диссертации-Режим доступа: <http://diss.rsl.ru/?menu=disscatalog>.

6. Портал научной электронной библиотеки-Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>.

7. Сайт Министерства науки и высшего образования РФ. - Режим доступа: <https://minobrnauki.gov.ru>.

8. Сайт Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки. - Режим доступа: <http://www.obrnadzor.gov.ru/ru>.

9. Сайт Министерства просвещения РФ. - Режим доступа: <https://edu.gov.ru>.

10. Сайт МЦНМО. – Режим доступа: [www.mcsme.ru](http://www.mcsme.ru)

### **9.3 Электронно-библиотечные ресурсы**

1. ЭБС «Юрайт». – Режим доступа: <https://urait.ru>

2. Полпред (обзор СМИ). – Режим доступа: <https://polpred.com/news>

## 10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами.

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice, OpenOffice; Adobe Photoshop, Matlab, DrWeb antivirus и т.п.

Разработчик: А.С. Якшина, к.ф.-м.н., доцент

## 11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

### Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2020/2021 уч. г.

Рабочая программа дисциплины пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2020/2021 уч. г. на заседании кафедры (протокол № 10 от «16» июня 2020 г.).

В рабочую программу дисциплины внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1 № страницы с изменением: Титульный лист	
Исключить:	Включить:
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ	МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

### Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2021/2022 уч. г.

Рабочая программа дисциплины пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2021/2022 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 8 от «21» апреля 2021 г.).

### Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2022/2023 уч. г.

РПД пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022/2023 учебном году на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 1 от 21 сентября 2022 г.).

В рабочую программу внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 2 № страницы с изменением: 19	
В Раздел 9 внесены изменения в список литературы, в базы данных и информационно-справочные системы, в электронно-библиотечные ресурсы. Указаны ссылки, обеспечивающие доступ обучающимся к электронным учебным изданиям и электронным образовательным ресурсам с сайта ФГБОУ ВО «БГПУ».	

### Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2023/2024 уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2023/2024 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 10 от «21» июня 2023 г.).

### Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2024/2025 уч. г.

Рабочая программа дисциплины пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024/2025 уч. г. на заседании кафедры (протокол № 9 от «24» мая 2024 г.).