

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Щёкина Вера Викторовна
Должность: Ректор
Дата подписания: 15.09.2024 10:14
Уникальный программный идентификатор:
a2232a55157e576551a8993b1190891af58987d7b47017b0b171a414e17789



**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

«Благовещенский государственный педагогический университет»

**ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА
Рабочая программа дисциплины**

УТВЕРЖДАЮ

**декан факультета физико-
математического образования и тех-
нологии ФГБОУ ВО БГПУ**

Н.В. Слесаренко

«03» сентября 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

**02.03.03 – МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И
АДМИНИСТРИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ**

**Профиль
ТЕХНОЛОГИЯ ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

**Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ**

**Принята
на заседании кафедры физического
и математического образования
(протокол № 9 от «24» мая 2024 г.)**

Благовещенск 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	3
2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ	4
3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)	7
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	9
5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	12
6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....	21
7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ.....	38
В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ.....	38
8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ	38
9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ	39
10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА	40
11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ	41

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель дисциплины: формирование систематических знаний в области теории вероятностей. Изучение предмета дает возможность получить базовую фундаментальную подготовку, необходимую для анализа, моделирования и решения различных задач.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений, блока Б1 (Б1.В.04).

Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов «Алгебра и геометрия», «Математический анализ», «Физика».

1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: ОПК-1, ПК-1:

- **ОПК-1.** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, **индикаторами** достижения которой является:

- ОПК-1.1 – **обладает** базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук;
- ОПК-1.2 – **умеет** использовать их в профессиональной деятельности;
- ОПК-1.3 – **имеет** навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

- **ПК-1.** Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий, **индикаторами** достижения которой является:

- ПК-1.1 – **обладает** базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения. В результате изучения дисциплины студент должен **знать:**

- основные определения, теоремы и методы теории вероятностей и статистики, их практическое применение для решения прикладных задач.

уметь:

- использовать теоремы, правила и методы исследования для решения задач теории вероятностей и математической статистики.

владеть:

- навыками решения типовых задач, проведения статистического исследования.

1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составляет 3 зачетных единицы (далее – ЗЕ) (108 часов):

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Объем дисциплины и виды учебной деятельности (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 4
Общая трудоемкость	108	108
Аудиторные занятия	54	54
Лекции	24	24
Лабораторные работы	10	10
Практические занятия	26	26
Самостоятельная работа	48	48
Вид итогового контроля	-	зачёт

2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

2.1 Очная форма обучения

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия			Самос- стоя- тельная работа
			Лекции	Лаборатор- ные заня- тия	Практиче- ские заня- тия	
РАЗДЕЛ I. Случайные со- бытия.		28	6		8	14
1.	Основные понятия тео- рии вероятностей. Клас- сическое, геометриче- ское, статистическое определение вероятно- сти.	8	2		2	4
2.	Основные теоремы теории вероятностей.	12	2		4	6
3.	Повторение испытаний.	8	2		2	4
РАЗДЕЛ II. Случайные ве- личины.		24	6		10	8
4.	Случайные величины. Законы распределений случайных величин	16	4		6	6
5.	Закон больших чисел.	8	2		4	2
РАЗДЕЛ III. Случайные процессы.		8	2		4	2
6.	Основные понятия. Мо- дели случайных процес- сов.	8	2		4	2

РАЗДЕЛ IV. Элементы математической статистики.		48	10	10	4	24
7.	Основные определения математической статистики. Числовые характеристики статистического распределения.	8	2	2		4
8.	Статистические оценки параметров распределения.	8	2	2		4
9.	Элементы теории корреляции.	12	2	2	2	6
10.	Статистическая проверка статистических гипотез о параметрах распределения..	8	2	2		4
11.	Статистическая проверка статистических гипотез о виде закона распределения	12	2	2	2	6
Зачёт						
ИТОГО		108	24	10	26	48

Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Основные понятия теории вероятностей. Классическое, геометрическое, статистическое определение вероятности.	пр	Индивидуальная работа с применением интерактивного электронного обучающего курса Iskanderus eLearning: «Комбинаторика». «Классическое определение вероятности	1
2.	Основные теоремы теории вероятностей.	лек пр	Индивидуальная работа с применением интерактивного электронного обучающего курса Iskanderus eLearning: «Дерево вероятностей», «Основные теоремы теории вероятностей».	2 2

3.	Повторение испытаний.	лек	Индивидуальная работа с применением интерактивного электронного обучающего ресурса Iskanderus eLearning: «Повторение опытов»	2
4.	Случайные величины. Законы распределений случайных величин	лек пр	Индивидуальная работа с применением интерактивного электронного обучающего ресурса Iskanderus eLearning: «Случайные величины», «Законы распределения случайных величин»	4 1
5.	Закон больших чисел.	пр	Работа в малых группах	1
6.	Основные понятия. Модели случайных процессов.	пр	Работа в малых группах	1
7.	Основные определения математической статистики. Числовые характеристики статистического распределения.	лаб	Работа в парах: лабораторная работа 1 «Основные определения статистики»	0,5
8.	Статистические оценки параметров распределения.	лаб	Работа в парах: лабораторная работа 2: «Точечные и интервальные оценки параметров распределения»	0,5
9.	Элементы теории корреляции.	лаб	Работа в парах: лабораторная работа 3: «Двумерные случайные величины. Выборочный коэффициент корреляции»	1
10.	Статистическая проверка статистических гипотез о параметрах распределения..	лаб	Работа в парах: лабораторная ра-	1

			бота 4: «Проверка гипотез о параметрах распределения»	
11.	Статистическая проверка статистических гипотез о виде закона распределения	лаб	Работа в парах: лабораторная работа 5: «Проверка гипотез о законах распределения»	1
ИТОГО				18

3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

РАЗДЕЛ I. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ.

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей. Классическое, геометрическое, статистическое определение вероятности.

ЛЕКЦИИ. Испытания и события. Виды случайных событий. Классическое определение вероятности. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты. Статистическая вероятность. Геометрическая вероятность.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ. Вычисление вероятности с помощью классического и геометрического определений.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА. Электронный обучающий курс системы Iskanderus eLearning «Классическое определение вероятности».

Тема 2. Основные теоремы теории вероятностей.

ЛЕКЦИИ. Операции над событиями. Полная группа событий. Теорема сложения вероятностей. Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Свойства независимых событий. Попарная независимость событий и независимость в совокупности. Противоположные события. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ. Вероятность суммы событий. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Вероятность появления хотя бы одного события. Формула полной вероятности. Вероятности гипотез. Формулы Байеса.

Тема 3. Повторение испытаний.

ЛЕКЦИИ. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Локальные приближения формулы Бернулли: теорема Пуассона, локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ. Вычисление вероятности по формулам Бернулли, Пуассона, Лапласа. Вычисление вероятности отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.

РАЗДЕЛ II. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.

Тема 1. Случайные величины. Законы распределения случайных величин.

ЛЕКЦИИ. Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Примеры распределений дискретных случайных величин. Функция распределения случайной величины. Непрерывные случайные величины. Плотность распределения вероятностей. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Нормальное распределение. Центральная предельная теорема.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ. Нахождение законов распределения и функции распределения дискретных случайных величин. Нахождение функции распределения и плотности

вероятности для непрерывных случайных величин. Вычисление числовых характеристик Случайных величин. Применение нормального распределения.

Тема 2. Закон больших чисел.

ЛЕКЦИИ. Понятие о законе больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и ее сущность. Теорема Бернулли и ее следствие (теорема Пуассона).

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ. Неравенство Чебышева. Следствия из теорем Чебышева и Бернулли.

РАЗДЕЛ III. СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ.

Тема 1. Основные понятия. Модели случайных процессов.

ЛЕКЦИИ. Определение случайного процесса. Марковский процесс. Цепи Маркова. Пуассоновский процесс. Простейший поток однородных событий.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ. Цепи Маркова. Простейший поток однородных событий.

РАЗДЕЛ IV. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ.

Тема 1. Основные определения математической статистики. Числовые характеристики статистического распределения.

ЛЕКЦИИ. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Кумулята. Статистическая функция распределения, статистический ряд, гистограмма. Построение нормальной кривой по опытным данным. Оценка отклонения эмпирического отклонения от нормального. Асимметрия. Эксцесс. Мода. Медиана.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1 Нахождение числовых характеристик статистического распределения, построение статистической функции распределения и гистограммы.

Тема 2. Статистические оценки параметров распределения.

ЛЕКЦИИ. Статистические оценки параметров распределения. Требования к оценкам. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и при неизвестном σ . Доверительный интервал для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения. Метод максимального правдоподобия.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА. Исправленная дисперсия. Исправленное среднее квадратическое отклонение. Построение доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном σ . Построение доверительного интервала для оценки среднего квадратического отклонения σ нормального распределения.

Тема 3. Элементы теории корреляции.

ЛЕКЦИИ. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Выборочные уравнения регрессии. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по несгруппированным данным. Корреляционная таблица. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным. Выборочный коэффициент корреляции, его свойства.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по несгруппированным и сгруппированным данным.

Тема 4. Статистическая проверка статистических гипотез о параметрах распределения

ЛЕКЦИИ. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая гипотеза. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Наблюдаемое значение критерия. Критическая область. Критические точки. Область принятия гипотезы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА. Проверка гипотезы о параметрах распределения.

Тема 5. Статистическая проверка статистических гипотез о виде закона распределения.

ЛЕКЦИИ. Проверка гипотез о виде закона распределения. Критерии согласия. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.

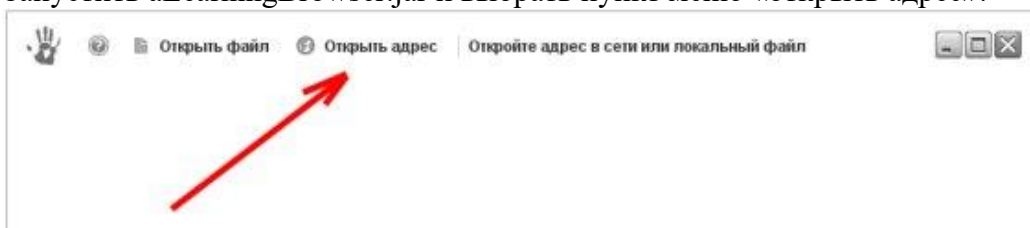
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

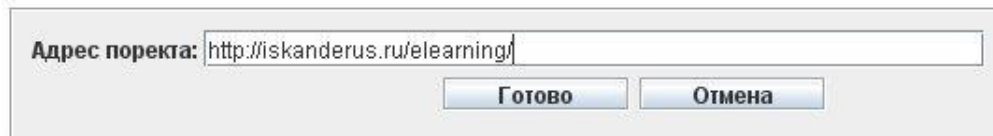
Данные рекомендации призваны помочь студентам в организации самостоятельной работы по освоению материала дисциплины. «Теория вероятностей и математическая статистика». Количество часов, выделенное на изучение данной дисциплины не велико, поэтому необходимо как можно компактнее и целостнее преподнести студентам необходимый материал. Целью настоящей дисциплины является научное обоснование относящихся к нему понятий, формирование умений и навыков решения различных типов задач.

Использование информационных технологий в процессе обучения становится неотъемлемой частью самого процесса. Компьютерная технология может быть использована, как в качестве средства, так и участника данного процесса. При изучении некоторых тем дисциплины целесообразно воспользоваться электронными обучающими ресурсами системы Iskanderus eLearning (см. в таблице «интерактивное обучение по дисциплине»). Для работы с ресурсами необходимо:

1. Установить виртуальную машину Java.
2. Загрузить к себе на компьютер java-программу проигрывателя электронных курсов aLearningBrowser.jar.
3. Запустить aLearningBrowser.jar и выбрать пункт меню «открыть адрес»:



4. Дописать название курса в строке адреса:



Интерактивный обучающий курс, созданный в системе Iskanderus eLearning позволяет строить обучение, учитывающее индивидуальные особенности обучаемого, активно помогает учащимся сосредоточить внимание на наиболее важных аспектах изучаемого материала. Подбирает для каждого учащегося определенную скорость подачи информации, количество повторений и объяснений не понятных моментов, не торопит с решениями, дает возможность несколько раз ознакомиться с тем или иным материалом. Диалог с пользователем ведется интерактивным режимом, позволяющим выбирать содержание учебного материала и маршрут движения. Процесс взаимодействия между преподавателем и студентом, осуществляется опосредованно, в качестве интеллектуального посредника выступает интерактивный обучающий курс. Опыт использования интерактивных электрон-

ных ресурсов системы Iskanderus eLearning при изучении дисциплины теории вероятностей показал, что материал, предлагаемый для изучения, доступен и понятен студентам, и может быть освоен ими самостоятельно.

В результате изучения дисциплины студент должен овладеть основными понятиями теории вероятностей и математической статистики, приобрести навыки и умения, связанные с решением задач и выполнением лабораторных работ по математической статистике. Дисциплина разбита на лекционные, практические и лабораторные занятия. Работа студентов на практических занятиях вместе с их самостоятельной работой во внеурочное время, позволят выработать умения и навыки по решению задач по теории вероятностей. Лабораторные работы предназначены для освоения обучаемыми такого раздела данной дисциплины, как элементов математической статистики.

В рабочей программе представлен примерный вариант контрольной и самостоятельных работ, которые позволят проверить уровень усвоения изученного материала.

Рабочая программа содержит программу зачета, которая позволит наиболее эффективно организовать подготовку к нему. При подготовке к занятиям и зачету студенты могут использовать литературу, приведенную в рабочей программе.

Подготовку к зачету наиболее рационально осуществлять путем повторения и систематизации тем дисциплины с помощью кратких конспектов. При работе с теоретическим материалом студент должен уяснить наиболее важные идеи каждой темы, уметь пользоваться основными понятиями и утверждениями (знать их формулировки, демонстрировать их использование на примерах, понимать условия применения и т.д.). Как правило, каждая тема, изученная в рамках дисциплины, содержит ряд основных задач, приемами и методами решения которых должен владеть студент.

При изучении тем теории вероятностей, студентам предлагается авторские интерактивные электронные курсы «Комбинаторика», «Классическое определение вероятности», «Основные теоремы теории вероятностей», «Повторение опытов», «Случайные величины», «Законы распределения случайных величин» Данные курсы могут быть использованы, как в качестве повторения, так и в качестве изучения нового материала. Опыт использования программ показал, что материал, предлагаемый для изучения, доступен и понятен студентам, и может быть освоен ими самостоятельно с помощью этих программ.

Выполнение лабораторных работ может происходить в несколько этапов. Первый этап позволяет определить уровень подготовки студента по теме лабораторного занятия. Такая проверка может проводиться в устной, письменной форме или в форме компьютерного тестирования. Тесты по темам лабораторных работ представлены на сайте. Второй этап – само выполнение лабораторной работы. Лабораторную работу по статистике можно выполнять с использованием специальных компьютерных программ. Задания лабораторных работ и их описание можно найти на сайтах bgpu.ru, iskanderus.ru. Третий этап – защита лабораторной работы. Если три этапа успешно выполнены, то работа считается выполненной.

При вычислении классической вероятности следует действовать по предложенной в лекционном материале схеме. Затруднения при вычислении классической вероятности чаще возникают из-за неумения дифференцировать испытание и событие, которое должно произойти в результате испытания. Также следует повторить элементы комбинаторики, знание которых необходимо для отыскания общего числа случаев и числа случаев, благоприятствующих появлению события.

Рекомендации по решению задач:

При представлении события в виде комбинации нескольких событий необходимо «проговаривать» записываемые комбинации: вместо логической связки «и» между событиями ставим знак умножения, вместо «или» - знак сложения. При вычислении вероятности суммы событий проверяем слагаемые на совместность, а при вычислении вероятности произведения событий проверяем сомножители на зависимость.

При вычислении вероятности числа успехов в серии из независимых испытаний Бернулли также следует придерживаться схемы решения. Следует обратить внимание на то, что вероятность успеха в одном испытании никак не связана с числом испытаний.

При выборе формулы для вычисления вероятности числа успехов в серии из независимых испытаний Бернулли (формула Бернулли, локальная формула Муавра-Лапласа, формула Пуассона, интегральная формула Лапласа) следует хорошо знать условия теорем, из которых вытекает та или иная формула; также можно пользоваться схемой, предложенной в лекционном материале.

Следует помнить, что залог успешного решения задач – хорошее знание теоретического материала.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно- тематическим планом
Раздел I. Случайные события.			14
1.	Основные понятия теории вероятностей. Классическое, геометрическое, статистическое определение вероятности.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ.	4
2.	Основные теоремы теории вероятностей.		6
3.	Повторение испытаний.		4
Раздел II. Случайные величины.			8
4.	Случайные величины. Законы распределений случайных величин	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ. Выполнение индивидуального задания.	6
5.	Закон больших чисел.		2
Раздел III. Случайные процессы.			2
6.	Основные понятия. Модели случайных процессов.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ.	2
Раздел IV. Элементы математической статистики			24
7.	Основные определения математической статистики. Числовые характеристики статистического распределения.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение лабораторных работ.	4

8.	Статистические оценки параметров распределения.		4
9.	Элементы теории корреляции.		6
10.	Статистическая проверка статистических гипотез о параметрах распределения..		4
11.	Статистическая проверка статистических гипотез о виде закона распределения		6
	ИТОГО		48

5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Тема 1. Практические занятия по теме «Классическое, статистическое, геометрическое определения вероятности»

2 часа

Содержание

1. Группа студентов из 6 юношей и 6 девушек совершила выход в театр. Все студенты сели на один ряд, в котором было 12 мест. Какова вероятность того, что два юноши и девушки не будут сидеть рядом, если билеты распределены наудачу?
2. Слово “портфель” составлено из букв разрезной азбуки. Карточки с буквами перемешиваются, после чего наудачу берут четыре из них и складывают в ряд друг за другом в порядке появления. Какова вероятность получить слово “порт”?
3. Номер телефона состоит из пяти цифр. Какова вероятность того, что все цифры наугад выбранного номера разные?
4. Группа туристов из 10 юношей и 8 девушек выбирает по жребию хозяйственную команду из четырех человек. Какова вероятность того, что в числе избранных окажутся два юноши и две девушки?
5. Две подруги договорились встречать Новый год в компании из 8 человек. Обе они хотели сидеть рядом за круглым столом. Какова вероятность исполнения желаний, если среди их друзей принято места распределять по жребию?
6. Из колоды карт (36 листов) извлекаются 2 карты. Определить вероятность того, что это будут: а) карты разной масти; б) одинаковые карты разной масти; в) два туза.
7. Два парохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время прихода обоих пароходов независимо и равновозможно в течение данных суток. Определить вероятность того, что одному из пароходов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки первого парохода один час, а второго – два часа.
8. Наудачу выбираются два числа x и y так, что сумма их квадратов меньше 20. Какова вероятность того, что число x окажется по абсолютной величине меньше двух, а число y окажется положительным, но меньше, чем квадрат числа x ?
9. На шахматную доску 100 раз бросили монету радиусом 1 см. В 64 случаях монета целиком оказывалась внутри какой-нибудь клетки. Оцените размер одной клетки шахматной доски.

Тема 2. Основные теоремы теории вероятностей

4 часа

Содержание

1. В экскурсионную группу включены 16 рабочих, 6 техников и 8 инженеров. По списку случайно вызывается один человек. Определить вероятность того, что это техник или инженер.
2. При передаче текста 10% букв искажается, и принимаются неверно. Какова вероятность того, что все пять букв данного слова будут приняты правильно?
3. Вероятность выигрыша в лотерее равна P . Некто решил покупать по одному билету из каждого тиража, пока не выиграет. Найти вероятность того, что он будет участвовать в пятом тираже.
4. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают три карты. Определить вероятность того, что они будут одной и той же масти.
5. Из колоды в 36 карт извлекается одна карта, после чего она возвращается назад. Потом из колоды извлекаются две карты. Определить вероятность того, что три карты будут одной и той же масти.
6. Слово “портфель” составлено из букв разрезной азбуки. Карточки с буквами перемешиваются, после чего наудачу берут четыре из них и складывают в ряд друг за другом в порядке появления. Какова вероятность получить слово “порт”?
7. Из двадцати изделий – три бракованных. Определить вероятность того, что из девяти, взятых для проверки изделий, окажется хотя бы одно бракованное.
8. Пять экзаменаторов принимают экзамен. Известно, что вероятность сдать экзамен двум из них («строгим») равна 0.6, а трем остальным («нестрогим») 0.8. Найти вероятность сдать экзамен произвольному экзаменатору.
9. Пять экзаменаторов принимают экзамен. Известно, что вероятность сдать экзамен двум из них («строгим») равна 0.6, а трем остальным («нестрогим») 0.8. Известно, что студент сдал экзамен. Найти вероятность того, что он сдавал «нестрогому» экзаменатору.
10. В трех урнах содержатся шары, причем в первой – 10 белых и 20 черных, во второй – 15 белых и 16 черных шаров, в третьей – только белые. Наугад выбирается урна, затем из нее вынимается шар. Найти вероятность того, что вынутый шар оказался белым.
11. Из урны, в которой 30 белых и 10 черных шаров, потерян один шар. Для того, чтобы определить состав в урне, извлечено два шара, которые оказались белыми. Определить вероятность того, что утерян белый шар.
12. Имеется пять урн. В 1-й, 2-й и 3-й урнах находится по 2 белых и 3 черных шара; в 4-й и 5-й урнах – по 1 белому и 1 черному шару. Случайно выбирается урна и из неё извлекается шар. Какова условная вероятность того, что выбрана 4-я или 5-я урна, если извлеченный шар оказался белым?
13. Партия деталей содержит 20% деталей, изготовленных заводом 1, 30% - заводом 2, 50% - заводом 3. Для завода 1 вероятность выпуска бракованной детали равна 0.05, для завода 2 – 0.01, для завода 3 – 0.06. Чему равна вероятность того, что наудачу взятая из партии деталь окажется бракованной?
14. Среди n лотерейных билетов m выигрышных. Какова вероятность выиграть для лица, покупающего один билет, если перед этим было куплено только два билета?

Тема 3. Практические занятия по теме «Повторение опытов»

2 часа

Содержание

1. В магазин вошли 10 покупателей. Вероятность совершить покупку для каждого вошедшего одна и та же и равна 0,3. Найти вероятность того, что 4 из них совершают покупку.
2. Станок штампует детали. Вероятность того, что деталь окажется бракованной равна 0,01. Найти вероятность того, что среди 200 деталей окажутся 4 бракованных.
3. Монета бросается 10 раз. Какова вероятность, что орел выпадет 7 раз.
4. Партия изделий содержит 6% брака. Найти вероятность того, что среди взятых наугад 8 изделий окажется 3 бракованных.
5. Всхожесть семян ржи составляет 90%. Чему равна вероятность того, что из восьми посеянных семян взойдет 3?
6. Партия изделий содержит 5% брака. Найти вероятность того, что среди взятых наугад 7 изделий окажется 3 годных изделия.
7. Два баскетболиста бросают мяч в корзину по 5 раз. Вероятности попадания при каждом броске для каждого из них равны соответственно 0.6 и 0.7. Найти вероятность того, что у первого баскетболиста будет больше попаданий, чем у второго.
8. Стрелок попадает в цель при одном выстреле с вероятностью $\frac{3}{4}$. Найти вероятности событий: *A* - число попаданий в цель при 12000 выстрелах лежит в пределах между 885 и 930; *B* - число попаданий в цель не меньше 870.
9. Кабельная телевизионная компания Новая Вершина Телевидения (НВТ) города Борисовка, решая вопрос о целесообразности покупки прав телетрансляции по кабельному телевидению чемпионата города по мини-футболу, провела опрос среди болельщиков и выяснила, что каждые 20 из 100 болельщиков, не имеющих кабельного телевидения, захотят по этой причине стать абонентами НТВ. Считая, что в этом городе 10000 болельщиков, не охваченных НТВ, а чистая прибыль подключения одного абонента равна 50 ден. ед. выяснить: какова вероятность того, что чистая прибыль компании от привлечения новых абонентов превысит 105000 ден. ед.; какова вероятность того, что чистая прибыль компании от привлечения новых абонентов будет менее 95000 ден.ед.
10. В ящике 100 карточек, пронумерованных числами 1,2,3,...,100. Из ящика наудачу 200 раз вынимают карточку; после каждого извлечения карточку сразу возвращают в ящик. Найти приближенное значение вероятности того, что карточка с числом 1 появиться ровно три раза.
11. Сколько в среднем должны содержать изюма булочки, чтобы вероятность того, что в булочке найдется хотя бы одна изюминка, была не меньше 0,99?
12. Страховая компания заключила договор со спортсменом- теннисистом на 365 дней, предусматривающий выплату страхового возмещения клиенту в случае травмы специального вида. Из предыдущей практики известно, что вероятность получения такой травмы теннисистом в любой фиксированный день 0,00037. Вычислить вероятность того, что в течение срока действия договора: *A* - не произойдет ни одного страхового случая; *B* - произойдет один страховой случай; *C* - произойдет два страховых случая. *Вычислить указанные вероятности двумя способами, используя формулу Бернулли и формулу Пуассона.*

Литература:

1. Палий, И.А. Задачник по теории вероятностей / И.А. Палий: отв. Ред. А. М. Завьялов: СиБАДИ. – М.: Наука, 2004.-237 с.
2. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.1. Случайные события: учебное пособие для студентов вузов / О.Н.Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 107 с.
3. Семочкина, О.А. Теория вероятностей и элементы математической статистики: учебное пособие для студентов вузов / О.А.Семочкина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 163 с.

Тема 4. Практические занятия по теме «Случайные величины. Законы распределения случайных величин»

6 часа

Содержание

Дискретные случайные величины

1. Стрелок производит три выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,4. За каждое попадание стрелку засчитывается 5 очков. Построить ряд распределения числа выбитых очков.
2. Стрелок ведет стрельбу по мишени до первого попадания, имея боезапас 4 патрона. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,6. Построить ряд распределения боезапаса, оставшегося неизрасходованным. Найти числовые характеристики.
3. В группе из 15 туристов 10 человек из Москвы. Наудачу отобраны 3 туриста. Составить закон распределения числа туристов из Москвы среди отобранных.
4. В коробке имеются 4 карточки с номерами от 0 до 3. Наудачу достали две карточки. Принять за случайную величину сумму номеров карточек. Построить ряд распределения и найти числовые характеристики.
5. На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых разрешает дальнейшее движение автомобиля с вероятностью 0,3, либо запрещает с вероятностью 0,7. Пусть случайная величина – число пройденных машиной до первой остановки. Построить таблицу распределения вероятностей.
6. Брошены три игральные кости. Найти математическое ожидание и дисперсию суммы числа очков, которые выпадут на всех трех гранях.
7. Найти функцию распределения для случайных величин *задач 1-6*.

Непрерывные случайные величины

Даны плотность распределения случайной величины $P_{\xi}(x)$. Найти : число A ; функцию распределения $F_{\xi}(x)$ случайной величины ξ ; математическое ожидание M_{ξ} и дисперсию D_{ξ} .

$$1. P_{\xi}(x) = \begin{cases} A(2 - |x|) & \text{при } x \in [-1, 2], \\ 0 & \text{при } x \notin [-1, 2]. \end{cases}$$

$$2. P_{\xi}(x) = \begin{cases} Ax \sin x, & x \in (0, \frac{\pi}{2}), \\ 0, & x \notin (0, \frac{\pi}{2}). \end{cases}$$

$$3. P_{\xi}(x) = \begin{cases} Axe^{-3x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

$$4. P_{\xi}(x) = \begin{cases} Axe^{-x^2/2}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Нормальный закон распределения

1. Написать плотность вероятности нормально распределенной случайной величины ξ , зная что $M(\xi)=4$, $D(\xi)=25$.
2. Случайная величина ξ подчиняется нормальному закону распределения вероятностей с параметрами $a = 0$, $\sigma = 1$. Определить: а) $P(-2 < \xi < 3)$, б) $P(\xi > 3)$, $P(\xi < 1)$.
3. Случайная величина ξ подчиняется нормальному закону распределения вероятностей с параметрами $a = 3$, $\sigma = 2$. Определить: а) $P(-2 < \xi < 3)$, б) $P(|\xi - 3| < 0,1)$.
4. Вычислить вероятность того, что случайная величина ξ , подчиненная нормальному закону, при трех испытаниях хотя бы один раз окажется в интервале (4,6), если $M(\xi)=3,8$, $D(\xi)=0,6$.
5. Длина изготавливаемых болтов является нормально распределенной случайной величиной ξ с математическим ожиданием $a = 8,46$. Вероятность того, что наудачу взятый болт имеет размер от 8,40 до 8,43 равна 0,25. Чему равна вероятность того, что размер наудачу взятого болта будет в пределах от 8,49 до 8,52 см?
6. Длина детали представляет собой случайную величину ξ , распределенную по нормальному закону и имеющую поле допуска от 78 до 84 см. Известно, что брак по заниженному размеру (длина деталей меньше 78 см) составляет 4%, а брак по завышенному размеру (длина деталей больше 84 см) 6%. Найти средний размер детали a и среднее квадратическое отклонение σ .

Тема 5. Закон больших чисел

4 часа

Содержание

Практическое занятие по теме «Закон больших чисел»

1. Игральный кубик подбрасывается 350 раз. Оценить вероятность того, что среднее арифметическое числа выпавших очков отклонится от математического ожидания по абсолютной величине не более чем на 0,2.
2. Оценить вероятность того, что в результате подбрасывания игральной кости в течение 320 раз относительная частота появления на верхней грани 5 очков отклонится от вероятности этого события (по абсолютной величине) не более чем на 0,03.
3. Игральный кубик подбрасывается 180 раз. Используя неравенство Чебышева, оцените вероятность того, что 5 очков появится от 24 до 36 раз. Оцените вероятность этого же события с помощью интегральной теоремы Лапласа.
4. Вероятность получения с конвейера изделия высшего качества равна 0,8. Проверяется 800 изделий. Случайная величина X – число изделий высшего качества. Укажите промежутки, в котором значения этой случайной величины можно ожидать с вероятностью, не меньшей 0,5.
5. Дисперсия каждой из независимых случайных величин X_k , означающей продолжительность горения электролампочки, не превышает 20 час. Сколько надо взять для испытания лампочек, чтобы вероятность того, что абсолютное отклонение средней продолжительности горения лампочки от средней арифметической их математических ожиданий не превышает одного часа, была не меньше 0,95.
6. Применима ли к последовательности независимых случайных величин $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ теорема Чебышева, если каждая случайная величина X_n задана таблицей распределения:

а)

X	$-n\alpha$	0	$-n\alpha$
p	$\frac{1}{2n^2}$	$1 - \frac{1}{n^2}$	$\frac{1}{2n^2}$

б)

X	$-n\alpha$	0	$-n\alpha$
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

7. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что среди 800 новорожденных детей мальчиков будет от 370 до 430 включительно. Считать вероятность рождения мальчика равной 0,5.

8. Поезд состоит из 49 вагонов. Вес вагона - случайная величина X , для которой $M(X) = 60$ т, $\sigma(X) = 7$ т. локомотив может везти поезд, если масса последнего не превосходит 3000 т. В противном случае подцепляют дополнительный локомотив. Какова вероятность того, что этого делать не придется?

9. Общая стоимость букетов в цветочном киоске составляет 18000 руб. Вероятность того, что стоимость наугад взятого букета не превышает 300 рублей, равна 0,7. Что можно сказать о количестве букетов в киоске?

10. Известно, что случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 e^{-x}}{2}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}.$$

Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что случайная величина примет значение из интервала $(0;6)$.

Литература:

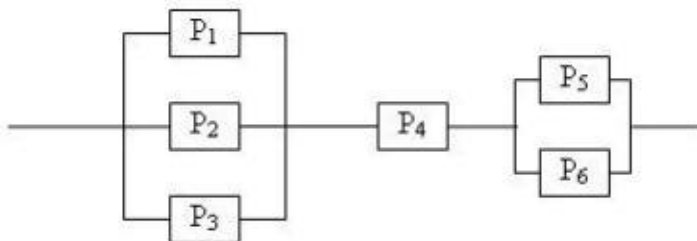
1. Палий, И.А. Задачник по теории вероятностей / И.А. Палий: отв. Ред. А. М. Завьялов: СибАДИ. – М.: Наука, 2004.-237 с.
2. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.2. Случайные события: учебное пособие для студентов вузов / О.Н.Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 107 с.
3. Семочкина, О.А. Теория вероятностей и элементы математической статистики: учебное пособие для студентов вузов / О.А.Семочкина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 163 с.

Тема 6. Основные понятия. Модели случайных процессов.

4 часа

Содержание

1. Бросается 5 монет. Какова вероятность того, что три раза выпадет герб?
2. Определить надежность схемы, если P_i – надежность i – го элемента



3. Задана матрица вероятностей перехода для цепи Маркова за один шаг. Найти матрицу

$$\begin{pmatrix} 0.1 & 0.9 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$$

перехода данной цепи за два шага

4. Рассматривается круглосуточная работа пункта проведения профилактического осмотра автомашин с одним каналом (одной группой проведения осмотра). На осмотр и выявление дефектов каждой машины затрачивается в среднем 0,4 часа. На осмотр поступает в среднем 36 машин в сутки. Если машина, прибывшая в пункт осмотра, не застает ни одного канала свободным, она покидает пункт осмотра необслуженной. Определить вероятности состояний и характеристики обслуживания профилактического пункта осмотра.

Литература:

1. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей: учеб.для студ. вузов. – 7-е изд., стереотип / Е.С.Вентцель. – М.: Высшая школа, 2003.- 571с.
2. Гмурман, В.Е.Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике :Учеб.пособие для студ.вузов / Гмурман В.Е. - 8-е изд.,стер. - М. :Вышш.шк., 2004. - 403 с.
3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е.Гмурман. – М.: Высшая школа, 2002.-479с.
4. Письменный, Д. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д.Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 288 с.

Тема 9. Элементы теории корреляции.

2 часа

Содержание

Практическое занятие по теме «Частный, множественный коэффициенты корреляции»

Задача 1. 10 менеджеров оценивались по методике экспертных оценок психологических характеристик личности руководителя (см. *Психологические тесты. Т.2. Под ред. А.А.Карелина. М. Владос. 1999. Стр.99*). 15 экспертов производили оценку каждой психологической характеристики по пятибалльной системе.

испытуемый	X	Y	Z	X^2	Y^2	Z^2	$X \cdot Y$	$Y \cdot Z$	$X \cdot Z$
1	70	18	36						
2	60	17	23						
3	70	22	40						
4	46	10	12						
5	58	16	31						
6	69	18	32						
7	32	9	13						
8	62	18	35						
9	46	15	30						
10	62	22	36						
$\sum_{i=1}^{10}$									

Психолога интересует три вопроса:

1. В какой степени тактичность (X) одновременно связана с требовательностью (Y) и критичностью (Z)?
2. В какой степени требовательностью (Y) одновременно связана с тактичностью (X) и критичностью (Z)?
3. В какой степени критичностью (Z) одновременно связана с тактичностью (X) и требовательностью (Y)?

Задача 2.

10 менеджеров оценивались по методике экспертных оценок психологических характеристик личности руководителя (см. *Психологические тесты. Т.2. Под ред. А.А.Карелина. М. Владос. 1999. Стр.99*). **15 экспертов** производили оценку каждой психологической характеристики по пятибалльной системе. Психолога интересует три вопроса:

1. В какой степени тактичность (X) связана с требовательностью (Y), при условии, что критичность (Z) при этом остается неизменной?
2. В какой степени тактичность (X) связана с критичностью (Z), при условии, что требовательность (Y) при этом остается неизменной?
3. В какой степени требовательность (Y) связана с критичностью (Z), при условии, что тактичность (X) при этом остается неизменной?

Тема 11. Статистическая проверка статистических гипотез о виде закона распределения

2 часа

Содержание

Задача 1

В течение 10 часов регистрировали время прибытия машин (в часах) к бензоколонке.

Время прибытия	[8, 9)	[9, 10)	[10, 11)	[11, 12)	[12, 13)	[13, 14)	[14, 15)	[15, 16)	[16, 17)	[17, 18)
----------------	--------	---------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

n_i	22	30	22	16	28	13	17	20	17	15
-------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

При уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что время прибытия машин – случайная величина, имеющая равномерное распределение.

1. Построить гистограмму.
2. Выдвинуть гипотезы.
3. Определить два параметра распределения равномерного закона (концы интервала).
Примечание: выборка расположена на интервале (8,18).
4. Построить график плотности вероятности.
5. Заполнить таблицу:

Время прибытия	[8, 9)	[9, 10)	[10, 11)	[11, 12)	[12, 13)	[13, 14)	[14, 15)	[15, 16)	[16, 17)	[17, 18)	$\sum_{i=1}^k$
p_i											
np_i											
n_i	22	30	22	16	28	13	17	20	17	15	200
$n_i - np_i$											
$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$											

6. Вычислить $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$. Найти $\chi^2_{кр., \alpha=0,05}$.

7. Сделать вывод.

Проверка гипотезы о биномиальном законе распределения

Задача 2

Семь монет подбрасывают 1596 раз. Каждый раз отмечали X число выпавших гербов.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	12	78	270	456	386	252	69	13

При уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что монеты правильные.

1. Построить гистограмму.
2. Выдвинуть гипотезы. *Примечание: H_0 – закон распределения биномиальный.*
3. Определить теоретические вероятности. *Примечание: биномиальное распределение дискретно, поэтому нужно вычислить теоретические вероятности каждого из 8 возможных значений случайной величины. Эти вероятности считают по формуле Бернулли.*
4. Построить многоугольник распределения.
5. Заполнить таблицу:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	$\sum_{i=1}^k$
p_i									
np_i									
n_i	12	78	270	456	386	252	69	13	
$n_i - np_i$									
$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$									

6. Вычислить $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$, найти $\chi^2_{кр., \alpha=0,05}$.

7. Сделать вывод.

Литература:

- Палий, И.А. Прикладная статистика: Учеб. пособие для вузов./ И.А. Палий. – М.: Высш. шк., 2004.-176 с.:ил.
- Пушкина, О.Н. Практикум по математической статистике: учебное пособие для студентов вузов / О.Н.Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2006.–93с.
- Семочкина, О.А. Теория вероятностей и элементы математической статистики: учебное пособие для студентов вузов / О.А.Семочкина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 163 с.
- Чашкин, Ю.Р. Математическая статистика. Анализ и обработка данных: учебное пособие. / Ю.Р. Чашкин: под ред. С.Н. Смоленского. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – Ростов н/Д: Феникс, 2010.-236 с.

6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
ОПК-1 ПК-1	Лабораторная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Ответ студенту не зачитывается если: - Задание выполнено менее, чем на половину; - Студент обнаруживает незнание большей части соответствующего материала, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно излагает материал.
		Пороговый (удовлетворительно)	Задание выполнено более, чем на половину. Студент обнаруживает знание и понимание основных положений задания, но: - Излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий; - Не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; Излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.
		Базовый (хорошо)	Задание в основном выполнено. Ответы правильные, но: - В ответе допущены малозначительные ошибки и недостаточно полно раскрыто содержание вопроса; - Не приведены иллюстрирующие примеры, недостаточно чётко выражено

			обобщающие мнение студента; Допущено 1-2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.
		Высокий (отлично)	Задание выполнено в максимальном объеме. Ответы полные и правильные. • Студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий; • Обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры; Излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка
ОПК-1 ПК-1	Тест	Низкий (неудовлетворительно)	Количество правильных ответов на вопросы теста менее 60 %
		Пороговый (удовлетворительно)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 61-75 %
		Базовый (хорошо)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 76-84 %
		Высокий (отлично)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 85-100 %
ОПК-1 ПК-1	Индивидуальное задание	Низкий (неудовлетворительно)	Ответ студенту не зачитывается если: • Задание выполнено менее, чем на половину; • Студент обнаруживает незнание большей части соответствующего материала, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно излагает материал.
		Пороговый (удовлетворительно)	Задание выполнено более, чем на половину. Студент обнаруживает знание и понимание основных положений задания, но: • Излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий; • Не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; • Излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.
		Базовый (хорошо)	Задание в основном выполнено. Ответы правильные, но: • В ответе допущены малозначительные ошибки и недостаточно полно рас-

			крыто содержание вопроса; • Не приведены иллюстрирующие примеры, недостаточно чётко выражено обобщающее мнение студента; • Допущено 1-2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.
		Высокий (отлично)	Задание выполнено в максимальном объеме. Ответы полные и правильные. • Студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий; • Обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры; • Излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является зачёт.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

Критерии оценивания устного ответа на зачете

Оценка «зачтено» выставляется студенту, если:

- выполнены все контрольные мероприятия из фонда оценочных средств по разделу;
- даны полные обоснованные ответы на два пункта билета.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если:

- не выполнены контрольные мероприятия из фонда оценочных средств по разделу или не представлены верные обоснованные ответы на два пункта билета.

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

Лабораторная работа 1

Основные определения статистики

Теоретические вопросы:

1. Сформулируйте статистическое определение вероятности. Что такое частота случайного события?
2. Основные задачи математической статистики (*задачанахождения неизвестных параметров распределения, задача определения закона распределения случайной величины по статистическим данным*).

3. Понятие простой статистической (генеральной) совокупности, статистической (эмпирической) функции распределения. Привести пример.
4. Понятие статистического ряда и гистограммы. Привести пример.
5. Числовые характеристики статистического распределения.
6. Точечные оценки параметров распределения. Свойства оценки.
7. Интервальные оценки параметров распределения.
8. Выравнивание числовых рядов.

Задания лабораторной работы

Вариант 2.1.1. Монета подбрасывается 5 раз. Построить статистический ряд, гистограмму, статистическую функцию распределения числа выпавших гербов в данном испытании на основании выборки в 20 элементов. Найти статистические числовые характеристики данной случайной величины:

$$m^*(x), D^*(X), \sigma^*(x), \alpha_5^*(x), \mu_5^*(x).$$

Вариант 2.1.2. Монета подбрасывается 4 раза, опыт повторяется 25 раз. Построить статистический ряд, гистограмму, статистическую функцию распределения числа выпавших гербов в данном испытании. Найти статистические числовые характеристики данной случайной величины:

$$m^*(x), D^*(X), \sigma^*(x), \alpha_5^*(x), \mu_5^*(x).$$

Вариант 2.1.3. Игральный кубик подбрасывается 4 раза, опыт повторяется 25 раз. Построить статистический ряд, гистограмму, статистическую функцию распределения числа появлений шести очков в данном испытании. Найти статистические числовые характеристики данной случайной величины:

$$m^*(x), D^*(X), \sigma^*(x), \alpha_5^*(x), \mu_5^*(x).$$

Вариант 2.1.4. Из колоды в 36 карт случайным образом достается карта, затем карта возвращается обратно; после чего достается случайным образом вторая карта, затем возвращается обратно и достается случайно третья карта из колоды. Опыт повторяется 30 раз. Построить статистический ряд, гистограмму, статистическую функцию распределения числа появлений карт «черви» в данном испытании. Найти статистические числовые характеристики данной случайной величины:

$$m^*(x), D^*(X), \sigma^*(x), \alpha_5^*(x), \mu_5^*(x).$$

Вариант 2.1.5. Творческое задание: придумать испытание и случайную величину самостоятельно. Построить статистический ряд, гистограмму, статистическую функцию распределения числа появлений шести очков в данном испытании. Найти статистические числовые характеристики данной случайной величины:

$$m^*(x), D^*(X), \sigma^*(x), \alpha_5^*(x), \mu_5^*(x).$$

Лабораторная работа 2

Точечные и интервальные оценки

Теоретические вопросы:

1. Оценки для неизвестных параметров закона распределения.

2. Оценки для математического ожидания и дисперсии.
3. Доверительный интервал. Доверительная вероятность.
4. Оценка вероятности по частоте.

Теоретические упражнения:

1. Доказать, что статистическое среднее эмпирических значений случайной величины является несмещенной оценкой для математического ожидания:

$$\tilde{m} = m^* = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n},$$

где $\tilde{m}$ оценка математического ожидания, m^* статистическое среднее.

2. Доказать, что статистическая дисперсия случайной величины является смещенной оценкой для дисперсии случайной величины:

$$M(D^*) = \frac{n-1}{n} D.$$

Задания лабораторной работы

Задание 2.1

Выборка задана в виде распределения частот:

x_i	3	5	8	10	11
n_i	20	25	30	15	10

Найти распределение относительных частот.

Задание 2.2

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=80$:

x_i	0,9	1	1,2	1,4	1,5
n_i	10	25	20	15	10

Найти несмещенную оценку математического ожидания, статистическую дисперсию, а также статистическое среднее квадратическое отклонение.

Задание 2.3

По выборке объема $n=50$ найдена смещенная оценка $D^* = 9,8$. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

Задание 2.4

Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания нормального распределения, если среднее квадратическое отклонение $\sigma = 3$, выборочное среднее $\bar{x} = 32$ и объем выборки $n = 36$.

Задание 2.5

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=16$:

x_i	3,5	4,1	4,7	5,4	5,6	6,2
n_i	2	3	2	4	3	2

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенной случайной величины по выборочному среднему с помощью доверительного интервала.

Задание 2.6

надежностью β .

Двумерные случайные величины

Teope

величины.

1. Двумерные случайные величины.
2. Функция распределения, плотность распределения системы случайных величин.
Изобразить геометрически плотность распределения, функцию распределения системы случайных величин на примере.
3. Зависимые и независимые случайные величины.
4. Числовые характеристики системы случайных величин. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Степень тесноты линейной зависимости.
5. Числовые характеристики системы нескольких случайных величин.
6. Нормальный закон распределения для системы случайных величин.

функции распределения двумерно-

1. Доказать свойства функции распределения двумерной случайной величины.
2. Найти оценки основных числовых характеристик: математических ожиданий, дисперсий, коэффициента корреляции.

$\mathbf{N\!o}$	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	x_i, y_i										

1	x_i	1,42	1,83	1,59	1,90	1,64	1,36	1,24	1,60	1,82	1,57
	y_i	3,12	3,42	2,94	3,63	3,18	2,90	3,71	3,15	3,42	3,33
2	x_i	6,21	5,18	4,13	3,52	3,02	2,64	2,03	1,28	1,93	0,44
	y_i	6,42	7,77	6,18	5,43	5,67	4,64	3,91	2,13	1,43	0,35
3	x_i	6,13	5,22	4,45	3,43	3,18	2,73	2,08	1,36	0,92	0,37
	y_i	0,12	3,42	5,12	6,16	8,33	7,34	9,93	10,24	12,30	13,46
4	x_i	1,80	1,64	1,90	1,84	1,80	1,82	1,68	1,85	1,82	1,90
	y_i	72	74	83	79	90	83	74	85	79	63
5	x_i	1,00	1,08	1,22	1,34	1,39	1,48	1,62	1,73	1,82	1,90
	y_i	2,01	2,53	2,91	3,67	3,96	4,44	4,87	5,61	6,08	6,71
6	x_i	-2,00	-1,70	-1,57	-1,32	-1,08	-0,92	-0,63	-0,31	-0,10	0,12
	y_i	12,41	10,17	9,01	6,14	3,77	1,81	-0,18	-1,88	-3,02	-4,11
7	x_i	5,16	6,38	7,77	8,34	9,03	10,83	12,44	15,20	18,32	25,12
	y_i	31,72	25,43	26,48	28,13	20,74	18,49	12,30	8,83	10,55	7,18
8	x_i	1,02	1,27	1,41	1,58	1,83	1,99	2,22	2,44	2,59	2,83
	y_i	5,04	5,47	4,48	4,82	4,36	3,74	2,41	2,64	1,93	1,36

№	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	x_i, y_i										
9	x_i	3,18	3,42	3,81	4,18	6,10	6,53	10,12	12,30	18,53	20,00
	y_i	2,39	4,03	4,16	5,63	4,83	5,78	8,34	9,41	12,18	14,36
10	x_i	0,25	0,32	0,40	0,48	0,74	0,92	1,12	1,44	1,62	2,10
	y_i	3,12	2,42	2,22	1,08	2,57	2,98	3,32	2,64	1,42	3,78
11	x_i	1,34	1,79	1,63	1,88	1,66	1,38	1,36	1,63	1,84	1,60
	y_i	2,99	3,33	2,90	3,60	3,21	2,50	3,83	3,16	3,52	3,41

Задания лабораторной работы

Задание 3.1

Построить эмпирические ломаные регрессии Y и X , X и Y , сделать предположение о виде корреляционной связи. Оценить тесноту линейной корреляционной связи. Составить линейные уравнения регрессии Y и X , X и Y . Данные представлены в виде корреляционной таблицы:

$X \backslash Y$	40	60	80	n_i
60	5	-	3	8
80	-	2	19	21
100	7	6	-	13
120	14	4	-	18
n_j	26	12	22	60

Задание 3.2

Случайная величина: X - рост человека,

Y - вес человека,
 Z - размер обуви.

Вариант 3.2.1

Для двумерной случайной величины (X, Y)

1. Изобразить систему случайных величин.
2. Найти выборочный коэффициент корреляции.

Вариант 3.2.2

Для двумерной случайной величины (X, Z)

1. Изобразить систему случайных величин.
2. Найти выборочный коэффициент корреляции.

Вариант 3.2.3

Для двумерной случайной величины (Y, Z)

1. Изобразить систему случайных величин.
2. Найти выборочный коэффициент корреляции.

Указания по выполнению задания 3.2: Если элементы системы не повторяются и выборка небольшая, то удобно пользоваться таблицей:

N	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
1	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
n	...	...	...	...	...
$\sum_{i=1}^n$	$\sum_{i=1}^n x_i$	$\sum_{i=1}^n y_i$	$\sum_{i=1}^n x_i^2$	$\sum_{i=1}^n y_i^2$	$\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i$
$\frac{\sum_{i=1}^n}{n}$	$\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \alpha_1^*(x)$	$\frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \alpha_1^*(y)$	$\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} = \alpha_2^*(x)$	$\frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} = \alpha_2^*(y)$	$\frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i}{n} = \alpha_{1,1}^*(x, y)$

Лабораторная работа 4

Проверка статистических гипотез

Теоретические вопросы

1. Статистическая гипотеза, статистический критерий.
2. Ошибки первого и второго рода в результате проверки гипотез.
3. Проверка статистической гипотезы и статистического критерия.
4. Гипотезы о математическом ожидании нормально распределенных случайных величин.
5. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.

Задания лабораторной работы

Задание 4.1

По двум независимым выборкам, объемы которых $n = 60$, $m = 50$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены статистические средние $m_x^* = 25$, $m_y^* = 23$. Соответствующие статистические дисперсии $D_1 = 5$, $D_2 = 4$. При уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу

$$H_0 : M(X) = M(Y),$$

при конкурирующей гипотезе

$$H_1 : M(X) \neq M(Y).$$

Задание 4.2

Из нормальной генеральной совокупности с известной дисперсией $D = 16$ извлечены выборка $n = 80$ и найдена статистическая средняя $m_x^* = 13,12$. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу

$$H_0 : M(X) = 12$$

при конкурирующей гипотезе

$$H_2 : M(X) \neq 12.$$

Задание 4.3

Партия изделий принимается, если вероятность того, что изделие окажется бракованным, не превышает 0,03. Среди случайно отобранных 500 изделий оказалось 20 бракованных. Будет ли эта партия принята?

Задание 4.4

В таблице даны варианты заданий. Для каждого варианта приведены две независимые выборки объемами n_1 , n_2 , найдены статистические средние $m_{x_1}^*$, $m_{x_2}^*$ и известны дисперсии D_1 , D_2 . Требуется при уровне значимости α проверить равенство математических ожиданий при конкурирующей гипотезе об их неравенстве.

Номер варианта	n_1	n_2	$m_{x_1}^*$	$m_{x_2}^*$	D_1	D_2	α
1	12	17	51,4	55,0	4,38	1,29	0,01
2	12	16	81,66	85,00	29,96	12,97	0,05
3	11	15	35,40	30,30	9,84	3,90	0,01
4	10	14	25,65	23,55	2,08	0,98	0,05
5	9	13	4,40	4,00	0,0295	0,008	0,01
6	8	12	80,53	82,40	21,34	7,34	0,05
7	7	11	14,31	12,21	17,82	3,70	0,01
8	6	10	16,62	13,34	13,32	4,47	0,05
9	5	9	32,12	30,10	18,92	3,45	0,01
10	10	8	7,20	5,15	10,52	3,18	0,05
11	13	17	8,81	5,85	11,68	4,62	0,01

Задание 4.5

Проверить гипотезы о значимости параметров распределения (*лабораторная работа 1*) и о значимости выборочного коэффициента корреляции (*лабораторная работа 3*).

Лабораторная работа 5

Критерии согласия

Теоретические вопросы

1. Выравнивание статистических рядов.
2. Проверка гипотез о виде закона распределения.
3. Критерий Пирсона.

Задания лабораторной работы

Задание 5.1

Для приведенных в таблице данных в координатах (u, v) изобразить график эмпирической функции распределения и аппроксимирующую график функцию теоретического распределения.

i	x_i	$F_n(x)$
1	2.98	1/15
2	3.03	2/15
3	3.17	3/15
4	3.22	4/15
5	3.57	5/15
6	3.59	6/15
7	3.95	7/15
8	3.96	8/15
9	4.03	9/15
10	4.16	10/15
11	4.35	11/15
12	4.47	12/15
13	4.54	13/15
14	4.96	14/15
15	5.01	1

Задание 5.2

Произведено 100 измерений некоторой случайной величины. Вся совокупность элементов выборки представлена в виде статистического ряда.

Интервалы	69,2	69,8	70,4	71,0	71,6	72,2	72,8	73,4	74,0
	69,8	70,4	71,0	71,6	72,2	72,8	73,4	74,0	74,6
Частоты m_j	1	4	11	21	27	22	10	3	1

Проверить гипотезу о виде закона распределения.

Указания по выполнению задания 5.2:

1. Построить гистограмму.
2. Выдвинуть нулевую гипотезу о том, что изучаемая величина подчиняется ... закону.
3. Найти выборочное среднее и исправленную дисперсию.
4. Вычислить критерий.

5. Задать уровень значимости ($\alpha = 0.05$).

6. Определить критическую область и проверить выполнимость гипотезы.

Задание 5.3

По результатам измерений вычислить выборочное среднее и исправленную дисперсию. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0.05$, проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности с заданным эмпирическим распределением.

Интервалы		66,5-69,5	69,5-72,5	72,5-75,5	75,5-78,5	78,5-81,5	81,5-84,5	84,5-87,5	87,5-90,5	90,5-93,5	93,5-96,5	96,5-99,5	99,5-102,5
частоты вариант	1	3	6	8	17	39	48	42	19	10	5	2	1
	2	2	8	19	31	49	64	60	53	37	17	7	3
	3	4	12	39	58	74	63	50	42	16	12	8	2
	4	3	4	6	10	16	20	18	13	8	6	5	1
	5	1	4	6	9	18	28	15	10	5	3	1	0

Задание 5.4

Выровнять статистический ряд, выдвинуть гипотезу о виде закона распределения и проверить ее по заданию *лабораторной работы 1*.

Тест

Инструкция для студента

Тест содержит 25 заданий, из них 15 заданий – часть А, 5 заданий – часть В, 5 заданий – часть С. На его выполнение отводится 90 минут. Если задание не удастся выполнить сразу, перейдите к следующему. Если останется время, вернитесь к пропущенным заданиям. Верно выполненные задания части А оцениваются в 1 балл, части В – 2 балла, части С – 5 баллов.

ЧАСТЬ А

К каждому заданию части А даны несколько ответов, из которых только один верный. Выполнив задание, выберите верный ответ и укажите в бланке ответов.

A1. События А и В называются несовместными, если...

Выберите правильный ответ.

1. $AB=V$ 2. $A+B=V$ 3. $AB=U$ 4. $A+B=U$

A2. Вероятность того, что наугад выбранное число кратно двум или пяти, равна...

Выберите правильный ответ.

1. $3/5$ 2. $7/10$ 3. $1/3$ 4. $1/5$

A3. Какова вероятность того, что при подбрасывании двух игральных кубиков сумма выпавших очков будет равна трем?

Выберите правильный ответ.

1. $1/36$ 2. $1/12$ 3. $1/18$ 4. $1/9$

A4. Абонент забыл последнюю цифру телефонного номера и набрал ее наудачу, помня только, что эта цифра нечетная. Какова вероятность того, что номер набран правильно?

Выберите правильный ответ.

1. $3/5$ 2. $1/5$ 3. $1/2$ 4. $1/10$

A5. Вы должны получить квартиру в строящемся 40-квартирном доме. Какова вероятность того, что в ее номере не будет нечетных цифр?

Выберите правильный ответ.

1. 0,1 2. 0,25 3. 0,5 4. 0,4

A6. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.

Выберите правильный ответ.

1. 1/2 2. 1/20 3. 0,81 4. 0,9

A7. Два стрелка стреляют по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком при одном выстреле равна 0,8, вторым стрелком – 0,7. Найти вероятность поражения цели двумя пулями в одном залпе.

Выберите правильный ответ.

1. 0,56 2. 0,15 3. 0,94 4. 1,5

A8. В урне 2 белых и 3 черных шара. Из урны один за другим вынимают два шара. Какова вероятность того, что оба шара белые?

Выберите правильный ответ.

1. 2/3 2. 0,4 3. 0,2 4. 0,1

A9. Монета подбрасывается 10 раз. Случайная величина X – число появлений герба. Случайная величина имеет распределение...

Выберите правильный ответ.

1. биномиальное 2. Пуассона 3. геометрическое 4. равномерное

A10. Известно, что $D(X)=3$, $D(Y)=2$. Найти $D(5X-3Y)$.

Выберите правильный ответ.

1. 21 2. 93 3. 57 4. 9

A11. Случайная величина задана таблицей распределения:

X	-3	-2	0	1	3
p	0,1	0,2	0,3	0,3	

Найти $P(|x|>2)$.

Выберите правильный ответ.

1. 0,7 2. 0,4 3. 0,2 4. 0,1

A12. Непрерывная случайная величина распределена нормально. Известно, что $P(-\infty < X < -1) = P(4 < X < +\infty)$. Найти $M(X)$.

Выберите правильный ответ.

1. 1,5 2. 0 3. 4 4. -1

A13. Плотность распределения случайной величины имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{32}}.$$

Ее математическое ожидание $M(X)$ равно...

Выберите правильный ответ.

1. 4 2. 14 3. 3 4. 9

A14. Пусть $P(|\Theta^* - \Theta| < 0,2) = 0,95$. Точность оценки при этом равна ...

Выберите правильный ответ.

1. 0,95 2. 0,98 3. 0,2 4. 0,05

A15. При проверке статистической гипотезы уровень значимости $\alpha = 0,05$ означает, что ...

Выберите правильный ответ.

1. В пяти случаях из 100 будет принята неправильная гипотеза
2. В пяти случаях из 100 будет отвергнута правильная гипотеза
3. Для практики данная гипотеза никакой ценности не имеет
4. Вероятность неправильной формулировки гипотезы меньше 0,05

ЧАСТЬ В

Будьте внимательны! Задания части В могут быть трех типов:

- 1) задания, содержащие несколько верных ответов;
- 2) Задания на установление соответствия;
- 3) Задания, в которых ответ может быть дан в виде слова, символа.

B1. По какой формуле можно вычислить дисперсию дискретной случайной величины?

1. $D(X) = \sum x_i p_i$
2. $D(X) = \sum (x_i - a)^2 p_i$, где $a = M(X)$
3. $D(X) = \sum x_i^2 p_i$
4. $D(X) = \sum x_i^2 p_i - M^2(X)$

B2. Среди пар событий указать противоположные:

- а) экзамен студент сдал на «отлично»; экзамен студент сдал на «неудовлетворительно»;
- б) хотя бы одна пуля при двух выстрелах попала в цель; ни одна из пуль при двух выстрелах не попала в цель;
- в) при однократном подбрасывании кубика выпало меньше трех очков; при однократном подбрасывании кубика выпало больше трех очков;
- г) при однократном подбрасывании кубика выпало простое число очков; при однократном подбрасывании кубика выпало четное число очков;
- д) из полного набора шахмат выбрана белая пешка; из полного набора шахмат выбрана черная пешка.
- е) при однократном подбрасывании кубика выпало менее пяти очков; при однократном подбрасывании кубика выпало не менее пяти очков.

B3. Установите соответствие.

Случайные величины и их распределения.

Случайная величина	Распределение случайной величины
1. Число появлений шести очков при 10-кратном подбрасывании монеты	А. Гипергеометрическое Б. Распределение Пуассона В. Биномиальное Г. Геометрическое
2. Число белых шаров среди трех выбранных, если в урне было 5 белых	

шаров и три черных Число выстрелов по мишени, если выстрелы производятся до первого попадания или пока не кончатся патроны	
---	--

В4. Установите соответствие.

Задачи теории вероятностей и формулы для их решения.

Задача	Формула
1. Определение вероятности события А, если оно может произойти с одним из нескольких несовместных событий	А. Формула Бернулли Б. Формулы Бейеса В. Интегральная формула Лапласа Г. Формула полной вероятности. Д. Формула Пуассона. Е. Вероятность произведения событий.
2. Вероятность того, что при n испытаниях событие А произойдет от m_1 до m_2 раз (n – велико)	
3. Вероятность того, что при n испытаниях событие А произойдет m раз (n – мало)	
4. Определение вероятности гипотез, если известно, что событие А состоялось	
Вероятность того, что при n испытаниях событие А произойдет m раз (n – велико, вероятность $P(A)$ – мала))	

В5. Установите соответствие.

Понятия математической статистики и их определения.

Понятие	Определение
1. Гистограмма частот	А. Ломаная, соединяющая точки (x_k, n_k) , где x_k – значение варианты, n_k – соответствующая ей частота;
2. Полигон частот	Б. Ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основанием которых служат частичные интервалы длиной h , а высоты равны отношению n_k/h (n_k – число вариантов, попавших в данный частичный интервал);
3. Кумулята	В. Перечень вариантов и соответствующих им частот или относительных частот.
4. Статистическое распределение выборки	Г. График накопленных относительных частот

ЧАСТЬ С

Решения и ответы к заданиям части С оформляйте в свободной форме и записывайте в бланк ответов.

- C1. В первой урне 3 белых и 3 черных шара, во второй урне 2 белых и 3 черных шара. Наугад выбирают урну, а из урны выбирают шар. Какова вероятность того, что шар белый?
- C2. Какова вероятность того, что из колоды в 36 карт будут вынуты подряд два туза?
- C3. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения. Найти $P(2,5 < X < 3)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ (x-2)^2, & 2 \leq x \leq 3. \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

- C4. Какова вероятность того, что при 3-кратном подбрасывании игрального кубика шестерка появится 1 раз?
- C5. Случайная величина задана таблицей распределения:

X	-3	-2	0	1	3
p	0,1	0,2	0,3	0,3	

Найти математическое ожидание случайной величины.

Ответы

Часть А

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	3	2	2	3	1	4	1	2	3	1	3	3	2

Часть В

1	2	3	4	5
2, 4	б, е	1-В, 2-А, 3-Г	1-Г, 2-В, 3-А, 4-Б, 5-Д	1-Б, 2-А, 3-Г, 4-В

Критерии оценки тестовых заданий

За правильный ответ на вопросы заданий части А испытуемый получает 1 балл, заданий части В - 2 балла, заданий части С – 5 баллов.

Перевод тестовых баллов в четырех балльную шкалу оценок осуществляется по следующей шкале.

Неудовлетворительно	до 60% баллов за тест
Удовлетворительно	от 61% до 74% баллов за тест
Хорошо	от 75% до 84% баллов за тест
Отлично	более 85% баллов за тест

Компьютерные тесты

1. Компьютерный тест «Основные определения статистики».
2. Компьютерный тест «Случайные величины».
3. Компьютерный тест «Системы случайных величин».
4. Компьютерный тест «Точечные и интервальные оценки».
5. Компьютерный тест «Проверка статистических гипотез».

6. Компьютерный тест «Теория вероятностей и элементы математической статистики».

Индивидуальное задание 1

Случайные события

1.1.01. Какова вероятность того, что четырехзначный номер случайно взятого автомобиля имеет все одинаковые цифры?

1.2.01. Вероятность того, что событие появится хотя бы один раз в трех независимых испытаниях, равна 0,936. Найти вероятность появления события в одном испытании.

1.3.1. Пять экзаменаторов принимают экзамен. Известно, что вероятность сдать экзамен двум из них («строгим») равна 0,6, а трем остальным («нестрогим») 0,8. Найти вероятность сдать экзамен произвольному экзаменатору.

1.4.01. Произведено 20 выстрелов по цели. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7. Вычислить: а) вероятность того, что будет хотя бы одно попадание; б) вероятность того, что будет не более двух попаданий; в) наиболее вероятное число попаданий.

Индивидуальное задание 2

Случайные величины

1.5.1.01. Случайная величина имеет распределение, представленное таблицей. Построить многоугольник распределения и найти функцию распределения $F(x)$. Найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(x)$.

x_i	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
p_i	0,3	0,1	0,2	0,15	0,25

1.5.2.01. Количество электроэнергии, потребляемое первым предприятием X , и количество электроэнергии Y , потребляемое вторым предприятием, описывается следующими законами распределения:

X (кВт/час)	800	850	900	Y (кВт/час)	850	900	1000
$P(X = x_i)$	0,3	0,6	?	$P(Y = y_i)$	0,4	0,1	?

Составить закон распределения количества потребляемой обоими предприятиями электроэнергии и найти среднее количество потребляемой электроэнергии $M(X + Y)$.

1.6.01. X - непрерывная случайная величина с заданной плотностью распределения $f(x)$ (см. таблицу). Найти A и функцию распределения $F(x)$. Найти числовые характеристики случайной величины.

$$\text{Плотность распределения: } f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{при } x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right] \\ 0 & \text{при } x \notin \left(0, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

1.7.01. В двух ящиках находится по десять шаров. В первом ящике: один шар - №1; два шара с № 2; три шара с № 3; четыре шара - № 4. Во втором ящике: два шара - №1; четыре шара с № 2; три шара с № 3; один шар - № 4. X - номер шара, вынутого из первого ящика, Y - номер шара, вынутого из второго ящика. Из каждого вынули по шару. Составить таблицу закона распределения системы случайных величин (X, Y) . Найти коэффициент корреляции.

Студенты получают индивидуальные задания из методического пособия:
Семочкина, О.А. Теория вероятностей и элементы математической статистики: учебное пособие для студентов вузов / О.А.Семочкина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 163 с.

Вопросы к зачету

1. Основные понятия теории вероятностей. Соотношения между событиями.
2. Классическое определение вероятности.
3. Статистическое определение вероятности.
4. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
5. Теорема сложения вероятностей.
6. Свойства независимых событий.
7. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса.
8. Независимые испытания. Формула Бернулли.
9. Локальные приближения формулы Бернулли.
10. Интегральная теорема Лапласа.
11. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Непрерывность вероятности.
12. Дискретные случайные величины, их законы распределения. Геометрическое и гипергеометрическое распределения.
13. Функция распределения случайной величины, ее свойства.
14. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности, ее свойства. Примеры непрерывных случайных величин.
15. Математическое ожидание случайной величины, его свойства.
16. Дисперсия случайной величины, ее свойства. Среднее квадратическое отклонение.
17. Биномиальное распределение.
18. Распределение Пуассона.
19. Нормальное распределение: плотность распределения, его числовые характеристики.
20. Применение нормального распределения. Правило трех сигм. (Центральная предельная теорема.)
21. Понятие о законе больших чисел. Неравенство Чебышева.
22. Теорема Чебышева и ее применение.
23. Теорема Бернулли и ее обобщение (теорема Пуассона).
24. Математическая статистика: основные понятия, статистическое распределение выборки, полигон, гистограмма, центральные эмпирические моменты, асимметрия, эксцесс.
25. Эмпирическая функция распределения. Кумулята.
26. Задача оценки параметров распределения. Точечная оценка математического ожидания.
27. Точечная оценка дисперсии и среднего квадратического отклонения.
28. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения.
29. Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения нормального распределения.
30. Оценка вероятности по относительной частоте.
31. Статистическая проверка статистических гипотез. Критерий согласия Пирсона.
32. Случайные процессы: основные понятия, модели случайных процессов.

Перечень задач, вынесенных в практическую часть зачета

1. Вычисление классической вероятности.
2. Вычисление вероятности суммы, произведения событий.
3. Вычисление вероятности по формуле полной вероятности, формулам Байеса.
4. Вычисление вероятности по формуле Бернулли, формуле Пуассона, локальной формуле Муавра-Лапласа.
5. Вычисление вероятности по интегральной формуле Лапласа.
6. Вычисление вероятности отклонения относительной частоты появления события от его вероятности.
7. Вычисление вероятности попадания нормальной случайной величины в заданный интервал.
8. Вычисление вероятности отклонения нормальной случайной величины от ее математического ожидания.
9. Оценка вероятностей с использованием неравенств Маркова, Чебышёва, теорем Чебышёва, Бернулли.
10. Вычисление математического ожидания и дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин (по формулам и по свойствам).
11. Составление графа состояний случайного процесса (марковской цепи), запись матрицы вероятностей перехода, вычисление вероятностей перехода системы из одного состояния в другое.

7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Информационные технологии – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- официальный сайт БГПУ;
- корпоративная сеть БГПУ;
- система интерактивного электронного обучения системы Iskanderus eLearning
- электронные библиотечные системы.

8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

9.1 Литература

1. Баврин, И.И. Теория вероятностей и математическая статистика / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2005. – 159 с. (30 экз.)
2. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В.Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 2004. – 403 с. (23 экз.)
3. Малугин, В. А. Математическая статистика : учебное пособие для вузов / В. А. Малугин. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 218 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-06965-5. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/493394>
4. Письменный, Д. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 288 с. (10 экз.)
5. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.1. Случайные события: учебное пособие для студентов вузов / О.Н. Пушкина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 107 с. (7 экз.)
6. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.2. Случайные величины: учебное пособие для студентов вузов / О.Н. Пушкина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 123с. (7 экз.)
7. Солодовников, А.С. Теория вероятностей / А.С. Солодовников. – М.: Просвещение, 1983. – 207с. (39 экз.)
8. Баврин, И.И. Теория вероятностей и математическая статистика / И. И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2005. – 159, [1] с. – ISBN 5-06-005322-9 (30 экз.)
9. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями : учебник для среднего профессионального образования / Ю. Я. Кацман. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 130 с. – (Профессиональное образование). – ISBN 978-5-534-10083-9. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/490334>
10. Тропин, М. П. Основы математической обработки информации : учебное пособие для вузов / М. П. Тропин. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 185 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-14978-4. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/496844>

9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование» – Режим доступа : <http://www.edu.ru>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – Режим доступа : <http://www.window.edu.ru>
3. Открытый колледж. Математика – Режим доступа : <https://mathematics.ru/>
4. Математические этюды. – Режим доступа : <http://www.etudes.ru/>
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – Режим доступа : <http://fcior.edu.ru>
6. Сайт Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам (Роспатента). – Режим доступа : <http://www.fips.ru/rospatent/index.htm>

9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». – Режим доступа : <https://urait.ru>
2. Полпред (обзор СМИ). – Режим доступа : <https://polpred.com/news>

10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами.

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice, OpenOffice; Adobe Photoshop, Matlab, DrWeb antivirus.

Разработчик: Пушкина О.Н., кандидат педагогических наук, доцент

11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2025/2026 уч. г.

Рабочая программа дисциплины пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025/2026 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 9 от «21» мая 2025 г.).