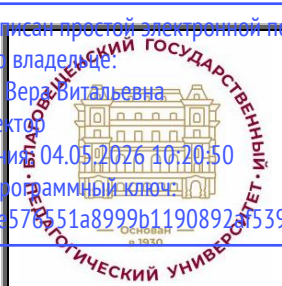



Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Щёкина Вера Битальевна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 04.05.2026 16:20:50  
Уникальный программный ключ:  
a2232a55157e576551a8999b1190892af53989420420336ffbf5773a434a57789

	<b>МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ</b>
	<b>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Благовещенский государственный педагогический университет»</b>
	<b>ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА Рабочая программа дисциплины</b>

**УТВЕРЖДАЮ**  
Декан  
физико-математического факультета  
ФГБОУ ВО «БГПУ»  
 Т.А. Меределина  
«25» мая 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины  
КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

**Направление подготовки  
44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ  
(с двумя профилями подготовки)**

**Профиль  
«ИНФОРМАТИКА»**

**Профиль  
«МАТЕМАТИКА»**

**Уровень высшего образования  
БАКАЛАВРИАТ**

**Принята на заседании кафедры  
информатики и методики  
преподавания информатики  
(протокол № 9 от «25» мая 2022 г.)**

## СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА .....	3
2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ .....	4
3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ).....	5
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....	7
6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....	8
7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ.....	19
8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ .....	19
9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ .....	20
10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА .....	20
11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ.....	22

## 1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**1.1 Цель дисциплины:** освоение студентами навыков практической работы с современными вычислительными системами, проведения компьютерного моделирования и численного исследования процессов и явлений.

**1.2 Место дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Компьютерное моделирование» относится к дисциплинам предметно-методического модуля по профилю «Информатика» обязательной части Б1 (Б1.О.08.10).

Для освоения дисциплины «Компьютерное моделирование» используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения следующих дисциплин: «Теоретические основы информатики», «Дискретные модели в информатике», «Численные методы», «Программное обеспечение систем и сетей», «Информационные системы».

**1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: ОПК-9, ПК-2.**

**ОПК-9** Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности

- ОПК-9.1 Имеет необходимые знания в широком спектре современных информационных технологий

**ПК-2** Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования

- ПК-2.2 **Владеет** основными положениями классических разделов математической науки, системой основных математических структур и методов
- ПК-2.5 **Применяет** математический язык как универсальное средство построения модели явлений, процессов, для решения практических и экспериментальных задач, эмпирической проверки научных теорий

**1.4 Перечень планируемых результатов обучения.**

В результате изучения дисциплины студент должен

**знать:**

- общие принципы функционирования и построения математических моделей объектов и систем,
- основные этапы и технологии построения модели;

**уметь:**

- строить математическую модель объекта и системы,
- осуществлять выбор методики решения и построения алгоритма той или иной задачи,
- оценивать границы применимости выбранной модели;

**владеть:**

- навыками решения прикладных задач с помощью компьютерного моделирования,
- методологией анализа динамических систем с использованием типовых пакетов прикладных программ

**1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Компьютерное моделирование»** составляет 4 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (144 часа).

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

## 1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

### Объем дисциплины и виды учебной деятельности (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 9
Общая трудоемкость	144	144
Аудиторные занятия	54	54
Лекции	22	22
Лабораторные работы	32	32
Самостоятельная работа	54	54
Вид итогового контроля	36	экзамен

## 2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

### 2.1 Очная форма обучения

#### Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Лабораторные работы	
1.	Понятие модели. Моделирование как метод познания. Классификация математических моделей	8	2		6
2.	Модели и системы. Математические схемы моделирования систем	10	4		6
3.	Детерминированные модели	40	6	16	18
4.	Стохастические модели. Моделирование случайных величин и случайных событий	16	4	4	8
5.	Случайные процессы. Моделирование систем массового обслуживания	20	4	8	8
6.	Клеточные автоматы	14	2	4	8
	Экзамен	36			
<b>ИТОГО</b>		<b>144</b>	<b>22</b>	<b>32</b>	<b>54</b>

#### Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Модели и системы. Математические схемы моделирования систем	лк	Презентация с использованием ИКТ	2
2.	Детерминированные модели	лк	Презентация с использованием ИКТ	2
3.	Детерминированные модели	лб	Работа в парах	4

4.	Моделирование случайных величин и случайных событий	лб	Работа в парах	4
5.	Моделирование систем массового обслуживания	лб	Работа в парах	4
<b>ИТОГО</b>				<b>16</b>

### 3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

#### **Тема 1. Понятие модели. Моделирование как метод познания. Классификация математических моделей**

Предмет теории моделирования. Моделирование как метод научного познания. Свойства моделей и цели моделирования. Классификация моделей систем. Модель черного ящика, модель состава и модель структуры. Материальное, идеальное, когнитивное, концептуальное и формальное моделирование.

#### **Тема 2. Модели и системы. Математические схемы моделирования систем**

Принципы построения математических моделей. Понятие системы. Дискретные и непрерывные модели. Статические и динамические модели. Формальная модель объекта. Математические схемы моделирования систем.

#### **Тема 3. Детерминированные модели**

Популяционные модели. Примеры динамических моделей, реализуемых в виде линейных и нелинейных уравнений и их систем; реализация моделей, описываемых ОДУ (задачами Коши), а также уравнениями в частных производных.

#### **Тема 4. Стохастические модели. Моделирование случайных величин и случайных событий**

Генераторы псевдослучайных чисел. Машинная генерация псевдослучайных последовательностей; проверка качества последовательностей; моделирование случайных воздействий. Методы Монте-Карло для решения различных задач.

#### **Тема 5. Случайные процессы. Моделирование систем массового обслуживания**

Потоки событий. Случайные процессы. Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний. Финальные вероятности состояний. Моделирование систем массового обслуживания. Классификация систем массового обслуживания. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики. Транзактно-ориентированное моделирование.

#### **Тема 6. Клеточные автоматы.**

Автомат. Клеточный автомат. Клеточное пространство. Клеточный автомат «жизнь». Простейшие активные элементы. Клеточные автоматы для биологических систем

### 4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

#### **4.1 Методические рекомендации по подготовке к лекциям**

В ходе лекций необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на определение понятий, приводимые примеры. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. Участвовать в обсуждениях и дискуссиях.

В ходе проработки лекционного материала просмотреть конспекты лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми

публикациями в периодических изданиях: журналах, газетах и т.д. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи.

#### 4.2 Методические рекомендации по подготовке к лабораторным работам

Подготовка к лабораторным работам, тестам сводится к изучению теоретического материала по указанной теме, подготовке ответов на вопросы, используя конспекты лекций и дополнительную литературу. При необходимости можно обращаться за консультацией к преподавателю.

В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретает практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь.

В случае появления каких-либо вопросов следует обращаться к преподавателю в часы его консультаций. Критерием качества усвоения знаний могут служить аттестационные оценки по дисциплине и текущие оценки, выставляемые преподавателем в течение семестра.

#### 4.3 Методические указания к самостоятельной работе студентов

Для успешного усвоения дисциплины необходима правильная организация самостоятельной работы студентов. Эта работа должна содержать:

- регулярную проработку теоретического материала;
- регулярную подготовку к лабораторным занятиям;
- регулярное решение индивидуальных и домашних задач и упражнений, задаваемых преподавателем.
- активную работу на лекционных и лабораторных занятиях.

#### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
1.	Понятие модели. Моделирование как метод познания. Классификация математических моделей	Проработка теоретического материала по конспектам лекций. Опрос в СЭО	6
2.	Модели и системы. Математические схемы моделирования систем	Проработка теоретического материала по конспектам лекций. Опрос в СЭО	6
3.	Детерминированные модели	Проработка теоретического материала по конспектам лекций. Подготовка отчетов о выполнении лабораторных работ.	18
4.	Стохастические модели. Моделирование случайных величин и случайных событий	Проработка теоретического материала по конспектам лекций.	8
5.	Случайные процессы. Моделирование систем массового обслуживания	Проработка теоретического материала по конспектам лекций. Подготовка	8

		отчетов о выполнении лабораторных работ.	
6.	Клеточные автоматы	Проработка теоретического материала по конспектам лекций. Подготовка отчетов о выполнении лабораторных работ.	8
	Итого		54

## 5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лабораторные работы рассчитаны на самостоятельную разработку программ, их отладку и тестирование. В качестве программного средства может быть электронная таблица, язык программирования, программные средства, ориентированные на реализацию математических расчетов (пакеты Matlab, MathCad и им подобные), языки визуального программирования, позволяющие создавать современный пользовательский интерфейс, и т.д.

Выполнение работ опирается на математический аппарат, входящий в стандартный курс «Численные методы». Задачей студента является выбор адекватного метода (использование библиотеки стандартных математических программ) и получение достоверного результата с контролем его точности.

### Задания к лабораторным работам

1. Записать математическую модель, определить состав набора входных параметров и их конкретные числовые значения.
2. Выбрать метод решения системы дифференциальных уравнений модели, найти или разработать программу решения с заданной точностью.
3. Произвести отладку и тестирование полной программы.
4. Выполнить конкретное задание из своего варианта работы.
5. Качественно проанализировать результаты моделирования.
6. Создать отчет по лабораторной работе

Порядок оформления отчета по лабораторной работе и его защиты:

Обязательными частями отчёта являются:

- Постановка задачи;
- Математическая модель;
- Описание метода исследования модели;
- Программа для ЭВМ;
- Результаты (в различных формах представления);
- Содержательный анализ результатов.

### План проведения лабораторных занятий по дисциплине

#### Тема 3. Детерминированные модели

Лабораторная работа № 1. (4 часа) Моделирование физических процессов

Лабораторная работа № 2. (2 часов) Решение задачи Коши в системе Matlab/Octave

Лабораторная работа № 3. (6 часа) Моделирование колебательных систем

Лабораторная работа № 4. (4 часа) Моделирование динамики биологических популяций

#### Тема 4. Стохастические модели. Моделирование случайных величин и случайных событий

Лабораторная работа № 5. (4 часа) Моделирование алгоритма генерации случайных чисел

**Тема 5. Случайные процессы. Моделирование систем массового обслуживания**

Лабораторные работы № 6. (4 часа) Моделирование системы массового обслуживания в MS Excel

Лабораторные работы № 7. (4 часа) Моделирование системы массового обслуживания в системе Matlab/Octave

**Тема 6. Клеточные автоматы**

Лабораторная работа № 8. (4 часа) Реализация модели клеточного автомата в системе Matlab/Octave

Всего: 32 часа

**6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА**

**6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций**

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
ОПК-9 ПК-2	Лабораторная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Лабораторная работа студенту не засчитывается если студент: 1. Допустил число ошибок и недочетов, превосходящее норму, при которой пересекается пороговый показатель; 2. Правильно выполнил менее половины работы.
		Пороговый (удовлетворительно)	Если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил: 1. Не более двух грубых ошибок; 2. Не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета; 3. Не более двух-трех негрубых ошибок; 4. Одну негрубую ошибку и трех недочетов; 5. При отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.
		Базовый (хорошо)	Если студент выполнил работу полностью, но допустил в ней: 1. Не более одной негрубой ошибки и одного недочета; 2. Не более двух недочетов.
		Высокий (отлично)	Если студент: 1. Выполнил работу без ошибок и недочетов; 2. Допустил не более одного недочета.

ОПК-9 ПК-2	Опрос	Низкий (неудовлетворительно)	Не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии ( $\geq 60\%$ )
		Пороговый (удовлетворительно)	Неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; при неполном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность компетенций. от 61-75 %
		Базовый (хорошо)	Ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков: в усвоении учебного материала допущены небольшие пробелы, не искажившие содержание ответа; допущены один – два недочета в ответе. 76-84 %
		Высокий (отлично)	Студент полно усвоил учебный материал; с конкретными примерами, высказывает свою точку зрения; продемонстрировано усвоение материала, сформированность компетенций, умений и навыков. 85-100 %

## 6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является экзамен.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

### Критерии оценивания устного ответа на экзамене

Критерии оценок:

– **«отлично»** – полно раскрыто содержание вопросов в объеме программы и рекомендованной литературы; четко и правильно даны определения и раскрыто содержание концептуальных понятий, закономерностей, корректно использованы научные термины; для доказательства использованы различные теоретические знания, выводы из наблюдений и опытов; ответ самостоятельный, исчерпывающий, без наводящих дополнительных вопросов, с опорой на знания, приобретенные в процессе специализации по выбранному направлению информатики.

– **«хорошо»** – раскрыто основное содержание вопросов; в основном правильно даны определения понятий и использованы научные термины; ответ самостоятельный; определения понятий неполные, допущены нарушения последовательности изложения, небольшие неточности при использовании научных терминов или в выводах и обобщениях, исправляемые по дополнительным вопросам экзаменаторов.

– **«удовлетворительно»** – усвоено основное содержание учебного материала, но изложено фрагментарно, не всегда последовательно; определение понятий недостаточно четкое; не использованы в качестве доказательства выводы из наблюдений и опытов или допущены ошибки при их изложении; допущены ошибки и неточности в использовании научной терминологии, определении понятий.

– **«неудовлетворительно»** – ответ неправильный, не раскрыто основное содержание программного материала; не даны ответы на вспомогательные вопросы экзаменаторов; допущены грубые ошибки в определении понятий, при использовании терминологии.

### **Перечень вопросов к экзамену**

1. Понятие модели. Моделирование как метод научного познания.
2. Свойства моделей и цели моделирования.
3. Классификация моделей систем.
4. Модель черного ящика, модель состава и модель структуры.
5. Статические и динамические модели. Формальная модель объекта.
6. Непрерывно-детерминированный подход к моделированию динамических систем.
7. Метод фазовой плоскости
8. Моделирование колебательных процессов (модель движения маятника вблизи положения устойчивого равновесия).
9. Моделирование колебательных процессов (модель движения маятника вблизи положения неустойчивого равновесия).
10. Моделирование динамики биологических популяций. Модель Мальтуса. Логистическое уравнение.
11. Моделирование динамики биологических популяций. Модель Лотки-Вольтерра.
12. Генераторы случайных чисел.
13. Моделирование случайных событий.
14. Моделирование случайных величин.
15. Метод Монте-Карло.
16. Потоки случайных событий.
17. Случайные процессы. Уравнения Колмогорова.
18. Непрерывно-стохастический подход к созданию математической модели (системы массового обслуживания).
19. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики.
20. Транзактно-ориентированное моделирование. Язык GPSS.
21. Дискретно-детерминированный подход к созданию математической модели (конечные автоматы).
22. Дискретно-стохастический подход к созданию математической модели (вероятностные автоматы).
23. Клеточный автомат. Клеточное пространство.
24. Клеточный автомат «жизнь».
25. Сетевые модели (N-схемы)
26. Обобщенные модели (A-схемы)

### **6.3 Оценочные средства для проверки уровня сформированности компетенций ОПК-9, ПК-2**

Тест (ы) содержат следующие типы заданий

Тип задания	№ задания	Вес задания (балл)	Результат оценивания (баллы, полученные за выполнение задания / характеристика правильности ответа)

задания закрытого типа с выбором одного правильного (1 из 4)	1, 2, 3	1 балл	1 б - полное правильное соответствие; 0 б - остальные случаи
задания закрытого типа с выбором одного правильного ответа по схеме: «верно»/ «неверно»	4, 5	1 балл	1 б - полное правильное соответствие; 0 б - остальные случаи
задания закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов (3 из 6)	6, 7	2 балла	2 б – полное правильное соответствие (последовательность вариантов ответа может быть любой); 1 б – если допущена одна ошибка / ответ правильный, но не полный; 0 б – остальные случаи
задания закрытого типа на установление соответствия (4 на 4)	8, 9	2 балла	2 б – полное правильное соответствие; 1 б – если допущена одна ошибка / ответ правильный, но не полный; 0 б – остальные случаи
задание закрытого типа на установление последовательности	10, 11	2 балла	2 б – полное правильное соответствие; 1 б – если допущена одна ошибка / ответ правильный, но не полный; 0 б – остальные случаи
задания открытого типа с кратким ответом	12, 13	3 балла	3 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи.
задания открытого типа с развернутым ответом	14, 15	5 баллов	5 б – полное правильное соответствие; если допущена одна ошибка/неточность / ответ правильный, но не полный - 3 балла; если допущено более одной ошибки / ответ неправильный / ответ отсутствует – 0 баллов

Формируемая компетенция	Индикаторы сформированности компетенции
<b>ОПК-9</b> Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-9.1 Имеет необходимые знания в широком спектре современных информационных технологий

### Задание 1

Внимательно прочитайте задание и укажите один правильный вариант ответа:

Какой из перечисленных подходов относится к детерминированному моделированию?

- 1) Моделирование систем массового обслуживания
- 2) Метод Монте-Карло
- 3) Моделирование колебаний маятника с помощью дифференциальных уравнений
- 4) Генерация псевдослучайных чисел

Ответ: 3

### Задание 2

Внимательно прочитайте задание и укажите один правильный вариант ответа:  
Какой из перечисленных языков/пакетов используется для транзактно-ориентированного моделирования систем массового обслуживания?

- 1) Python
- 2) C++
- 3) GPSS
- 4) Java

Ответ: 3

### Задание 3

Внимательно прочитайте задание и укажите один правильный вариант ответа:  
Какой вид модели описывает систему как «чёрный ящик»?

- 1) Модель структуры
- 2) Модель состава
- 3) Модель «чёрного ящика»
- 4) Клеточный автомат

Ответ: 3

### Задание 4

Верно ли следующее утверждение?

Метод Монте-Карло используется для детерминированного моделирования.

Ответ: Неверно

### Задание 5

Верно ли следующее утверждение?

Согласно содержанию тем, уравнения Колмогорова применяются для анализа детерминированных динамических систем.

Ответ: Неверно

### Задание 6

Внимательно прочитайте задание и укажите три правильных варианта ответа:

Какие из перечисленных разделов математического моделирования связаны с использованием математического аппарата дифференциальных уравнений?

- 1) Модель «чёрного ящика»
- 2) Детерминированные модели
- 3) Моделирование случайных величин
- 4) Популяционные модели
- 5) Клеточные автоматы
- 6) Модели колебательных систем

Ответ: 2, 4, 6

### Задание 7

Внимательно прочитайте задание и укажите три правильных варианта ответа:

Какие из перечисленных инструментов/средств используются в лабораторных работах по компьютерному моделированию?

- 1) Система электронного обучения БГПУ
- 2) MATLAB/Octave
- 3) MS Excel
- 4) Adobe Photoshop
- 5) ЭБС «Юрайт»
- 6) Язык GPSS

Ответ: 2, 3, 6

**Задание 8**

Прочитайте задание и установите соответствие между видом модели и его описанием.

Детерминированная : Модель, не учитывающая случайные факторы

Стохастическая : Модель, учитывающая случайные факторы

Динамическая : Модель, изменяющаяся во времени

Статическая : Модель, не изменяющаяся во времени

**Задание 9**

Прочитайте задание и установите соответствие между математической схемой моделирования и её описанием.

D-схемы : Дискретно-детерминированные модели (конечные автоматы)

N-схемы : Непрерывно-детерминированные модели (дифференциальные уравнения)

Q-схемы : Непрерывно-стохастические модели (системы массового обслуживания)

P-схемы : Дискретно-стохастические модели (вероятностные автоматы)

**Задание 10**

Прочитайте задание и установите правильную последовательность этапов компьютерного моделирования.

Элементы для последовательности:

1 : Постановка задачи

2 : Формализация (построение математической модели)

3 : Выбор метода решения

4 : Реализация модели на ЭВМ

5 : Анализ результатов

**Задание 11**

Прочитайте задание и установите последовательность этапов выполнения лабораторной работы по моделированию, согласно «Практикуму по дисциплине».

Элементы для последовательности:

1 : Запись математической модели

2 : Отладка и тестирование программы

3 : Выбор метода решения и построение алгоритма

4 : Качественный анализ результатов моделирования

5 : Создание отчёта по лабораторной работе

**Задание 12**

Внимательно прочитайте задание и впишите правильный ответ:

Какой коэффициент в уравнении колебаний отвечает за сопротивление упругих элементов (пружин)?

Ответ: Коэффициент жесткости

**Задание 13**

Внимательно прочитайте задание и впишите правильный ответ:

Как называется метод, используемый для решения задач путём многократной случайной выборки?

Ответ: Метод Монте-Карло

**Задание 14**

Внимательно прочитайте задание и запишите развернутый обоснованный ответ:

Опишите основные этапы построения математической модели объекта. Приведите пример.

Пример ответа:

Основные этапы построения математической модели:

- 1) Постановка задачи - определение цели моделирования, объекта, входных и выходных параметров.
- 2) Формализация – описание объекта с помощью математических соотношений (уравнений, функций, ограничений).
- 3) Выбор метода решения – определение численного или аналитического метода для решения модели.
- 4) Реализация модели – программирование или использование готовых программных средств.
- 5) Верификация и валидация – проверка корректности реализации и адекватности модели реальному объекту.
- 6) Анализ результатов – интерпретация полученных данных, формулировка выводов.

Пример: Моделирование колебаний маятника:

- Цель: изучить зависимость отклонения от времени.

- Уравнение:  $m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + kx = 0$

- Метод: численное решение ОДУ (например, метод Рунге-Кутты).

- Реализация: программа на MATLAB.

- Верификация: сравнение с аналитическим решением для малых колебаний.

- Результаты: график  $x(t)$ , анализ затухания колебаний.

### Задание 15

Внимательно прочитайте задание и запишите развернутый обоснованный ответ:

Какие основные положения классических разделов математической науки необходимо использовать для анализа динамических систем на примере изучения моделей «Хищник–жертва» (Лотки–Вольтерра) в школьном курсе? Проиллюстрируйте связь каждого положения с этапами анализа модели.

Примерный ответ:

Для анализа модели «Хищник–жертва» необходимо владение следующими положениями классических разделов математики:

1. Математический анализ (раздел: дифференциальные уравнения):

Положение: Системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) как инструмент описания динамики.

Связь с анализом: Модель Лотки–Вольтерра формально записывается как система двух нелинейных ОДУ. Понимание смысла производной (скорость изменения численности) является ключевым для интерпретации уравнений.

2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия:

Положение: Метод фазовой плоскости, понятие особой (стационарной) точки, ее классификация (узел, фокус, центр).

Связь с анализом: После нахождения стационарной точки (нетривиального равновесия) система линеаризуется вокруг нее. Анализ собственных чисел матрицы Якоби (линеаризованной системы) позволяет определить тип точки равновесия (например, центр) и, следовательно, предсказать циклический, незатухающий характер колебаний численности хищника и жертвы.

3. Теория устойчивости (как часть качественной теории дифференциальных уравнений):

Положение: Понятия устойчивости по Ляпунову, критерии устойчивости.

Связь с анализом: Позволяет сделать вывод о том, является ли найденное состояние равновесия устойчивым. В классической модели Лотки–Вольтерра равновесие является устойчивым, но не асимптотически (тип «центр»), что объясняет наблюдаемые в модели непрерывные колебания.

4. Численные методы:

Положение: Методы численного интегрирования систем ОДУ (например, Рунге–Кутты).

Связь с анализом: Позволяют получить конкретные фазовые траектории и графики численности от времени для наглядной демонстрации теоретически предсказанного поведения (замкнутые фазовые кривые, сдвиг по фазе).

Педагогический аспект: Учитель, владеющий этими положениями, может не просто продемонстрировать «картинку» колебаний из программы, но и провести учащихся по целостному пути математического исследования: от записи системы уравнений → через нахождение и анализ особых точек (линейная алгебра) → к качественному предсказанию типа динамики (теория устойчивости) → и далее к компьютерной визуализации (численные методы) для подтверждения выводов.

Таким образом, на всех этапах учитель использует математический язык как связующее звено между физической реальностью, теоретическим описанием и компьютерным экспериментом.

Формируемая компетенция	Индикаторы сформированности компетенции
<p><b>ПК-2</b> Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования</p>	<p>ПК-2.2 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, системой основных математических структур и методов</p> <p>ПК-2.5 Применяет математический язык как универсальное средство построения модели явлений, процессов, для решения практических и экспериментальных задач, эмпирической проверки научных теорий</p>

### Задание 1

Внимательно прочитайте задание и укажите один правильный вариант ответа:

Какой математический аппарат является основным для построения детерминированных динамических моделей, согласно темам дисциплины?

- 1) Теория графов
- 2) Дифференциальные уравнения
- 3) Теория вероятностей
- 4) Булева алгебра

Ответ: 2

### Задание 2

Внимательно прочитайте задание и укажите один правильный вариант ответа:

Какой из классических математических методов используется для решения задачи Коши в рамках моделирования?

- 1) Метод Гаусса
- 2) Метод простой итерации
- 3) Метод Рунге-Кутты
- 4) Метод Ньютона

Ответ: 3

### Задание 3

Внимательно прочитайте задание и укажите один правильный вариант ответа:

Какая модель популяционной динамики описывается логистическим уравнением?

- 1) Модель хищник-жертва Лотки-Вольтерра
- 2) Модель Мальтуса неограниченного роста
- 3) Модель ограниченного роста с учетом ёмкости среды

4) Модель конкуренции видов

Ответ: 3

#### Задание 4

Верно ли следующее утверждение?

Уравнения Колмогорова применяются для описания динамики вероятностей состояний в детерминированных системах.

Ответ: Неверно

#### Задание 5

Верно ли следующее утверждение?

Математическая модель «чёрного ящика» описывает внутреннюю структуру и взаимосвязи элементов системы.

Ответ: Неверно

#### Задание 6

Внимательно прочитайте задание и укажите три правильных варианта ответа:

Какие из перечисленных математических структур и методов изучаются в рамках дисциплины «Компьютерное моделирование» и относятся к классическим разделам математики?

- 1) Обыкновенные дифференциальные уравнения
- 2) Клеточные автоматы
- 3) Метод Монте-Карло
- 4) Уравнения в частных производных
- 5) Системы массового обслуживания
- 6) Конечные автоматы

Ответ: 1, 3, 4

#### Задание 7

Внимательно прочитайте задание и укажите три правильных варианта ответа:

Какие этапы формализации (построения математической модели) явления или процесса обязательно включают использование математического языка?

- 1) Сбор эмпирических данных
- 2) Выделение существенных параметров и переменных
- 3) Запись предположений и гипотез в виде математических соотношений
- 4) Проведение натурального эксперимента
- 5) Составление системы уравнений, описывающих взаимосвязи
- 6) Интерпретация результатов в терминах предметной области

Ответ: 2, 3, 5

#### Задание 8

Прочитайте задание и установите соответствие между типом модели и описывающим её математическим аппаратом.

Детерминированная динамическая : Обыкновенные дифференциальные уравнения

Стохастическая (случайные процессы) : Теория вероятностей, уравнения Колмогорова

Дискретно-детерминированная : Алгебра логики, теория автоматов

Дискретно-стохастическая : Цепи Маркова, Q-схемы (СМО)

#### Задание 9

Прочитайте задание и установите соответствие между математической моделью и областью её типичного применения.

Логистическое уравнение : Моделирование роста популяции с ограничением

Модель Лотки-Вольтерра : Моделирование конкуренции двух видов

Уравнение колебаний (пружинный маятник) : Моделирование механических колебаний  
 Уравнения Колмогорова : Моделирование систем массового обслуживания

### Задание 10

Прочитайте задание и установите правильную последовательность шагов применения математического языка для построения модели процесса, согласно методологии дисциплины. Элементы для последовательности:

- 1 : Выделение основных параметров и переменных процесса
- 2 : Формулировка упрощающих предположений и гипотез
- 3 : Запись математических соотношений (уравнений) между параметрами
- 4 : Анализ модели и получение результатов (аналитически или численно)
- 5 : Проверка адекватности модели (сравнение с экспериментом)

### Задание 11

Прочитайте задание и установите последовательность проведения лабораторной работы «Моделирование колебательных систем» согласно её плану в РПД.

Элементы для последовательности:

- 1 : Формализация задачи, запись математической модели
- 2 : Выбор метода решения системы дифференциальных уравнений
- 3 : Отладка и тестирование полной программы
- 4 : Выполнение конкретного задания варианта и получение численных результатов
- 5 : Качественный анализ результатов моделирования

### Задание 12

Внимательно прочитайте задание и впишите правильный ответ:

Как называется уравнение, описывающее динамику популяции с учетом внутривидовой конкуренции и ограниченности ресурсов?

Ответ: Логистическое уравнение (уравнение Ферхюльста)

### Задание 13

Внимательно прочитайте задание и впишите правильный ответ:

Какой математический метод лежит в основе численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений в большинстве программных пакетов (MATLAB, Mathcad)?

Ответ: Метод Рунге-Кутты

### Задание 14

Внимательно прочитайте задание и запишите развернутый обоснованный ответ:

Объясните, в чём заключается владение основными положениями классических разделов математики при работе со стохастическими моделями. Какие конкретные математические структуры и методы при этом активизируются?

Пример ответа:

Работа со стохастическими моделями требует системного владения классическим математическим аппаратом. Основу составляет теория вероятностей и математическая статистика: используются законы распределения случайных величин (экспоненциальное, нормальное, Пуассона), их числовые характеристики и понятие потока событий для задания параметров модели и анализа результатов. Для исследования марковских процессов (например, в системах массового обслуживания) применяются дифференциальные уравнения Колмогорова и методы линейной алгебры для нахождения стационарных вероятностей. Реализация метода Монте-Карло опирается на теоремы пределов (закон больших чисел) и методы численного интегрирования, а также требует навыков генерации и проверки псевдослучайных последовательностей. Таким образом, работа с моделями является комплексным применением знаний из классических разделов математики.

**Задание 15**

Внимательно прочитайте задание и запишите развернутый обоснованный ответ:

Разработайте краткий план урока по теме «Построение математической модели процесса» для 10-11 классов, который демонстрирует применение математического языка для решения практической задачи. Укажите цель урока, основную практическую задачу, этапы перевода её на язык математики и способ интерпретации результатов.

Пример ответа:

Цель урока – сформировать понимание математического моделирования как метода исследования реальных процессов. В качестве практической задачи рассматривается расчет оптимального времени для вылова рыбы в пруду с целью получения максимального устойчивого улова.

На этапе формализации совместно с классом выделяется переменная – численность рыбы  $N(t)$  – и параметры: коэффициент роста  $r$  и ёмкость среды  $K$ . На основе биологических закономерностей записывается логистическое уравнение роста:  $dN/dt = rN(1 - N/K)$ . Для учёта вылова в модель добавляется член  $-H$  (норма вылова), получая уравнение:  $dN/dt = rN(1 - N/K) - H$ .

Исследование модели заключается в нахождении стационарного состояния ( $dN/dt = 0$ ). Решая уравнение  $rN(1 - N/K) - H = 0$  относительно  $N$ , выражаем максимально возможный устойчивый улов. Применяя производную ( $dH/dN = 0$ ), определяем, что максимум улова  $H_{\max} = rK/4$  достигается при численности популяции  $N = K/2$ . Этот этап демонстрирует применение математического анализа для получения количественного ответа.

Интерпретация результатов связывает математический вывод с биологическим смыслом: оптимальная для вылова численность – половина ёмкости среды, что обеспечивает максимальную скорость восстановления популяции. Урок наглядно показывает, как математический язык служит универсальным инструментом для перевода практической задачи в формальную модель, её анализа и получения содержательного результата.

#### **6.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины**

##### **Пример задания к лабораторной работе**

##### *Лабораторная работа «Модели колебательных систем»*

##### **Порядок выполнения работы**

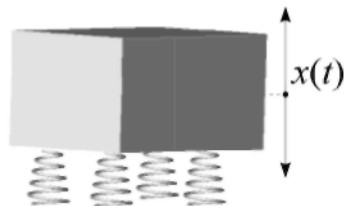
1. Формализуйте задачу для решения на ЭВМ.
2. Выберите программную реализацию решения (с помощью специальных процедур в MATLAB или в виде отдельной программы).
3. Выполните расчет на ЭВМ, используя разные шаги интегрирования.
4. Оформите отчет по работе.

##### **Содержание отчета**

1. Цель работы.
2. Задание.
3. Описание метода решения – сведения из теории (формулы, алгоритм).
4. Распечатка решения задачи на ЭВМ, включая графики и комментарии.
5. Краткие выводы по работе

Ниже приведены варианты заданий. Каждое из заданий включает ряд вариантов, отличающихся друг от друга набором исходных данных.

*Задание 1.* Для защиты от вибрации приборный блок установлен специальные на упругие опоры (амортизаторы). Его движение на амортизаторах при отсутствии боковых и крутильных колебаний описывается дифференциальным уравнением вида

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + kx = 0,$$


где  $x$  – отклонение блока от исходного положения,  $t$  – время,  $m$  – масса блока,  $d^2x/dt^2$  – ускорение,  $\beta$  – коэффициент трения (в амортизаторах),  $dx/dt$  – скорость движения при колебаниях блока,  $kx$  – слагаемое, отвечающее за сопротивление упругих элементов (пружин),  $k$  – коэффициент жесткости амортизаторов. Суммарная жесткость пружин зависит от деформации  $x$ :  $k = k_0(1 + ax^2)$ .

Решите уравнение при следующих данных:  $\beta = 0,5$  кг/с;

начальные условия  $x = 1$  см,  $dx/dt = 0$  при  $t = 0$ .

Остальные параметры заданы в таблице.

Получите точки решения, охватывающие не менее пяти периодов колебаний, и постройте по ним соответствующий участок зависимости  $x(t)$ .

Параметр	В а р и а н т					
	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
$m$ , кг	12	5	7	9,5	15	4
$k_0$ , Н/м	0,5	1	1,5	1	2	2
$a$ , 1/м <sup>2</sup>	1	-0,5	2	2	+3	-0,5

## 7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

**Информационные технологии** – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Официальный сайт БГПУ;
- Система электронного обучения ФГБОУ ВО «БГПУ»;
- Система тестирования на основе единого портала «Интернет-тестирования в сфере образования [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru)»;
- Электронные библиотечные системы;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий;
- Обучающие программы;
- Математические пакеты.

## 8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических

материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

## 9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

### 9.1 Литература

1. Акопов, А. С. Имитационное моделирование : учебник и практикум для вузов / А. С. Акопов. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 389 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-02528-6. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/489503> (дата обращения: 21.12.2022).
2. Боев, В. Д. Имитационное моделирование систем: учебное пособие для вузов / В. Д. Боев. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 253 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-04734-9. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт[сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/492781> (дата обращения: 21.12.2022).
3. Королев, А.Л. Компьютерное моделирование / А. Л. Королев. – М.: Бином. Лаборатория Знаний, 2010. – 230 с. (5 экз.)
4. Советов, Б.Я. Моделирование систем / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – 6-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 2009. – 342 с. (15 экз.)
5. Советов Б.Я. Моделирование систем : Практикум: Учеб. пособие для вузов / Советов Б.Я. – 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высш. шк., 2003. – 294 с. (16 экз.)

### 9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование» – Режим доступа: <http://www.edu.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – Режим доступа: <http://www.window.edu.ru/>
3. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – Режим доступа: <http://srtv.fcior.edu.ru>
4. Сайт Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам (Роспатента). – Режим доступа: <https://rospatent.gov.ru/ru>

### 9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». – Режим доступа: <https://urait.ru>
2. Полпред (обзор СМИ). – Режим доступа: <https://polpred.com/news>

## 10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером(-рами) с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, коммутатором для выхода в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями, мультимедийные презентации).

Для проведения практических занятий также используются компьютерные классы физико-математического факультета, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютерами с установленным лицензионным программным обеспечением, с доступом в электронно-библиотечную систему, электронную информационно-образовательную среду

БГПУ и в сеть Интернет, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (мультимедийные презентации и пр.).

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой и в залах доступа в локальную сеть БГПУ с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза и в сеть Интернет.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice, OpenOffice;, DrWeb antivirus и т.д .

Разработчик: Евтушенко М.С. – старший преподаватель кафедры информатики и методики преподавания информатики

## **11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ**

### **Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2023/2024 уч. г.**

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2023/2024 уч. г. на заседании кафедры информатики и МПИ (протокол №8 от 24 мая 2023 г.).

### **Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2024/2025 уч. г.**

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2024/2025 уч. г. на заседании кафедры информатики и МПИ (протокол №8 от 29 мая 2024 г.).

### **Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2025/2026 уч. г.**

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2025/2026 уч. г. на заседании кафедры информатики и МПИ (протокол №6 от 26 марта 2025 г.).