П. 10. Применение булевых функций к релейно-контактным схемам

Определение. Релейно-контактной схемой называется устройство из проводников и двух позиционных контактов. Оно может быть предназначено, например, для соединения (или разъединения) полюсов источника тока с некоторым потребителем.

Существует два типа контактов РКС:

- замыкающие;

- размыкающие.

Каждый контакт подключен к некоторому реле (переключателю). К одному реле может быть подключено несколько контактов, как замыкающих, так и размыкающих. Технически реле представляет собой катушку с металлическим сердечником, вблизи которого находится соответствующий контакт. Когда через катушку пропускается электрический ток, металлический сердечник намагничивается и замыкает все находящиеся при нем контакты. Одновременно все размыкающие контакты, относящиеся к данному реле, размыкаются. Каждому реле ставится в соответствие своя булева переменная $x_1, x_2, ..., x_n$, которая принимает значение 1, когда реле срабатывает и принимает значение 0 при отключении реле.

На чертеже все замыкающие контакты, подключенные к реле x, обозначаются тем же символом x, а все размыкающие контакты, подключенные к этому реле, обозначаются символом x' (отрицание). Это означает, что при срабатывании реле x все его замыкающие контакты x проводят ток и им сопоставляется значение 1, а все размыкающие контакты x' не проводят ток и им сопоставляется значение 0. Всей РКС ставится в соответствие булева переменная y, зависящая от переменных $x_1, x_2, ..., x_n$, сопоставленным тем реле, которые участвуют в схеме. Если при данном наборе состояний реле $x_1, x_2, ..., x_n$ вся РКС проводит электрический ток, то переменная y принимает значение 1. Если же схема не проводит ток, то y принимает значение 0.

Так как каждый набор состояний реле $x_1, x_2, ..., x_n$ характеризуется набором нулей и единиц, имеющим длину n, то данная РКС определяет некоторое правило, по которому каждому такому набору сопоставляется либо 0, либо 1.

Таким образом, каждая РКС, в которой занято n независимых реле, определяет некоторую булеву функцию y от n аргументов. Такая булева функция $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ называется функцией проводимости данной РКС. Таким образом, теория булевых функций представляет математические модели реальных физических РКС.

Рассмотрим некоторые РКС и найдем их функции проводимости.

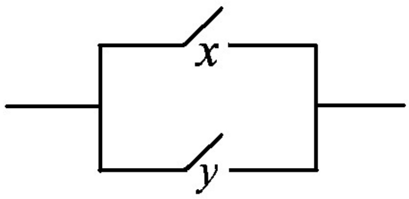
Пример:

1) РКС состоит из двух контактов, соединенных последовательно. Такая РКС проводит ток в том случае, когда оба контакта замкнуты.

$f(x; y) = x \wedge y$

Говорят, что последовательное соединение двух контактов реализует конъюнкцию соответствующих этим контактам булевых переменных.

2)



Ясно, что такая схема проводит ток в том случае, когда замкнут хотя бы один контакт.

$f(x; y) = x \vee y$

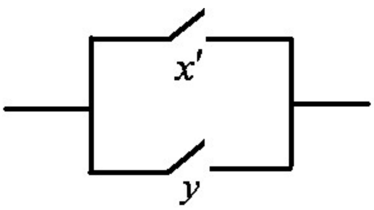
Говорят, что параллельное соединение двух контактов реализует дизъюнкцию соответствующих им булевых переменных.

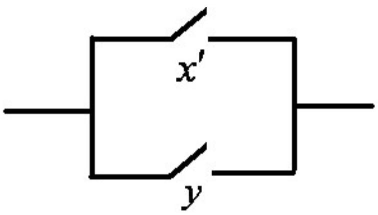
Итак, с помощью РКС можно реализовать булевы функции: $\neg, \vee, \wedge$.

Так как каждую булеву функцию можно выразить через $\neg, \vee, \wedge$, то всякая булева функция может быть реализована с помощью РКС. То есть может быть построена такая схема, для которой данная булева функция служит функцией проводимости.

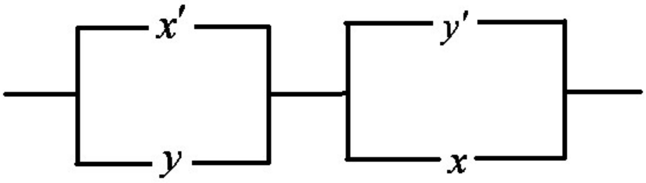
Реализуем, например, в виде РКС булевы функции $\rightarrow, \sim$.

$f(x; y) = x \rightarrow y = x' \vee y$





$f(x; y) = x \sim y = (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x) = (x' \vee y) \wedge (y' \vee x)$



Две основных задачи теории РКС

1. Составление РКС с заданными условиями работы называется **задачей синтеза** РКС и является первой задачей теории РКС, которая состоит в том, что требуется построить схему, проводящую электрический ток лишь при вполне определенных задаваемых условиях.
2. Второй задачей теории РКС является упрощение РКС. Такая задача называется **задачей анализа** РКС.

Определение. Две РКС, состоящие из одних и тех же реле, называются равносильными, если одна из них проводит ток тогда и только тогда, когда другая схема проводит ток. Итак, две схемы равносильны, если они обладают одинаковыми функциями проводимости, зависящими от одних и тех те переменных.

Из двух равносильных схем более простой считается та, которая содержит меньшее число контактов.

Задача упрощения РКС решается следующим образом:

1) Для данной РКС записывается соответствующая ей функция проводимости.
2) С помощью тождественных преобразований функция упрощается, то есть сводится к функции, имеющей меньшее число вхождений переменных.
3) Строится РКС, отвечающая упрощенной булевой функции.