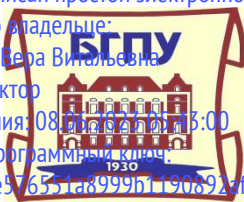


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Щёкина Нера Витальевна
Должность: Ректор
Дата подписания: 08.06.2022 13:00
Уникальный программный ключ:
a2232a55157e576551a8999b7190892af58989420420376ffbf573a434a57789



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Благовещенский государственный педагогический университет»**

**ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА
Рабочая программа дисциплины**

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан

Физико-математического факультета

ФГБОУ ВО «БГПУ»

Т.А. Меределина

«16» июня 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

Направление подготовки

**44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
(с двумя профилями подготовки)**

**Профиль
«ИНФОРМАТИКА»**

**Профиль
«ФИЗИКА»**

**Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ**

**Принята на заседании кафедры
информатики и методики
преподавания информатики
(протокол № 11 от «16» июня 2022 г.)**

Благовещенск 2022

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	3
2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ	4
3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)	5
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	6
5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	5
6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....	8
7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ	18
В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ	18
8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ	19
9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ	19
10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА	20
11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ	21

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель дисциплины: формирование у студентов компетентности в области численных методов решения математических задач с использованием компьютерной техники, овладение научным фундаментом вычислительной математики, понимание ее идей, методов, фактов и структур.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Численные методы» относится к дисциплинам предметного модуля по информатике части, формируемой участниками образовательных отношений Б1 (Б1.В.02.05).

Для освоения дисциплины «Численные методы» используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Программирование».

1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: ПК-2:

- **ПК-2** Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования., **индикаторами** достижения которой является:

- ПК-2.1 **Знает** концептуальные и теоретические основы профильных предметов, их место в системе наук и ценностей, историю развития и современное состояние.
- ПК-2.2 **Владеет** основными положениями классических разделов математической науки, системой основных математических структур и методов.
- ПК-2.5 **Применяет** математический язык как универсальное средство построения модели явлений, процессов, для решения практических и экспериментальных задач, эмпирической проверки научных теорий.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения. В результате изучения дисциплины студент должен

- **знать:**

- основные понятия и методы вычислительной математики,
- численные методы решения различных математических задач,
- особенности компьютерной реализации численных методов, границы применимости численных методов, возможности основных специализированных математических пакетов;

-**уметь:**

- использовать основные понятия и методы вычислительной математики,
- решать типовые математические задачи, проводить необходимые расчеты в рамках построенных моделей, анализировать результаты, оценивать погрешность полученного решения;

-**владеть:**

- навыками численного решения математических задач с использованием разнообразных средств компьютерной поддержки,
- технологиями применения вычислительных методов для исследования и решения задач из различных областей математики и ее приложений,
- основными приемами использования вычислительных методов при решении различных задач профессиональной деятельности.

1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Численные методы» составляет 3 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (108 часов):

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Объем дисциплины и виды учебной деятельности (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
		4
Общая трудоемкость	108	108
Аудиторные занятия	54	54
Лекции	22	22
Практические занятия		
Лабораторные занятия	32	32
Самостоятельная работа	54	54
Вид итогового контроля		Зачет

2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Лабораторные занятия	
1.	Численные методы и их использование в решении практических задач	8	2	2	4
2.	Введение в элементарную теорию погрешностей	8	2	2	4
3.	Численное интегрирование.	12	2	4	6
4.	Вычисление значений элементарных функций с помощью степенных рядов.	8	2	2	4
5.	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений	20	4	6	10
6.	Решение нелинейных уравнений.	20	4	6	10
7.	Решение систем линейных уравнений.	12	2	4	6
8.	Приближение функций. Интерполяция.	20	4	6	10
ИТОГО		108	22	32	54

Интерактивное обучение по дисциплине

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1	Численные методы и их использование в решении практических задач	ЛК	проблемная лекция	2
2	Введение в элементарную теорию погрешностей	ЛК	проблемная лекция	2
3	Численное интегрирование.	ЛБ	работа в малых группах	2
4	Решение нелинейных уравнений.	ЛБ	работа в малых группах	4
5	Решение систем линейных уравнений.	ЛБ	работа в малых группах	2
6	Приближение функций. Интерполяция.	ЛБ	работа в малых группах	2
	ИТОГО			14

3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

Тема 1. Численные методы и их использование в решении практических задач.

История численных методов. Значение численных методов для исследований, особенности их применение.

Тема 2. Введение в элементарную теорию погрешностей.

Классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешность. Действия с приближенными числами.

Тема 3. Численное интегрирование.

Приближенное вычисление интегралов с использованием квадратурных формул с равноотстоящими узлами. Метод прямоугольников трапеций, парабол (Симпсона). Интегрирование с переменным шагом. Метод двойного пересчета.

Тема 4. Вычисление значений элементарных функций с помощью степенных рядов.

Тема 5. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

Задача Коши. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности (без вывода).

Тема 6. Решение нелинейных уравнений.

Концепция метода. Отделение корней. Уточнение корней. Метод половинного деления. Метод Ньютона (касательных).

Тема 7. Решение систем линейных уравнений.

Основные подходы к решению задачи. Метод Гаусса и его модификации (метод Гаусса оптимального исключения, метод Гаусса-Жордана).

Тема 8. Приближение функций. Интерполяция.

Постановка задачи интерполирования. Интерполирование для случая равноотстоящих узлов. Интерполяционные формулы Ньютона. Интерполяционная формула Лагранжа. Схема Эйткена.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Методические рекомендации по подготовке к лекциям

В ходе лекций необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на определение понятий, приводимые примеры. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. Участвовать в обсуждениях и дискуссиях.

В ходе проработки лекционного материала просмотреть конспекты лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях: журналах, газетах и т.д. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи.

4.2 Методические рекомендации по подготовке к лабораторным работам

Подготовка к лабораторным работам, тестам сводится изучению теоретического материала по указанной теме, подготовке ответов на вопросы, используя конспекты лекций и дополнительную литературу. При необходимости можно обращаться за консультацией к преподавателю.

В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь.

В случае появления каких-либо вопросов следует обращаться к преподавателю в часы его консультаций.

Требования к отчетам по лабораторным работам

1. Отчет оформляется в электронном виде в одном из форматов *.doc, *.docx, *.pdf.
2. Титульный лист должен содержать название работы, Ф.И.О. студента, номер варианта.
3. Отчет о выполнении заданий должен содержать: текст задания, расчетные формулы, результаты выполнения задания в виде графиков, таблиц и т.д., а также анализ полученных результатов и выводы.
4. К отчету должны быть приложены тексты расчетных программ.

Учебно-методические пособия с методическими указаниями по выполнению лабораторных работ находятся во Внутренней сети БГПУ на персональной странице преподавателя и в Системе электронного обучения (СЭО) БГПУ.

Задания для работы в «малых группах», список основной и дополнительной литературы, перечень лабораторных работ, варианты тестов, вопросы к зачету размещены в Системе электронного обучения (СЭО) БГПУ.

4.3 Методические указания к самостоятельной работе студентов

Для успешного усвоения дисциплины необходима правильная организация самостоятельной работы студентов. Эта работа должна содержать:

- регулярную проработку теоретического материала;
- регулярную подготовку к лабораторным занятиям;
- регулярное решение индивидуальных и домашних задач и упражнений, задаваемых преподавателем.
- активную работу на лекционных и лабораторных занятиях.

4.4 Методические рекомендации преподавателю

Основные теоретические вопросы рассматриваются в лекционном курсе, практическая часть курса реализуется через лабораторные занятия. Студенты выполняют тренировочные и индивидуальные задания под руководством преподавателя, теоретическая подготовка к ним осуществляется за счет времени, отведенного на самостоятельную работу.

Основным видом деятельности при изучении курса является практическая работа с материалами лекций, рекомендованной литературой, дополнительными источниками и электронными образовательными ресурсами.

Для выполнения работ необходим доступ к Системе электронного обучения (СЭО) БГПУ, где размещены используемые в учебном процессе курсы и ресурсы. Логин и пароль для доступа преподаватель получает в ЦЭО БГПУ и выдает группе в начале изучения курса.

Часть лабораторных работ проводится с использованием интерактивной методики обучения «Работа в малых группах». При организации групповой работы, следует обращать внимание на следующие ее аспекты.

- нужно убедиться, что студенты обладают знаниями и умениями, необходимыми для выполнения группового задания;
- инструкции к работе должны быть максимально четкими. Времени на выполнение задания должно быть достаточно;
- необходимо контролировать распределение ролей в группе и участие каждого студента в работе.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

№	Наименование раздела (темы) дисциплины	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
1.	Численные методы и их использование в решении практических задач	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и информационным источникам	4
2.	Введение в элементарную теорию погрешностей	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и информационным источникам Подготовка к тесту	4
3.	Численное интегрирование.	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и информационным источникам Подготовка к лабораторным работам Выполнение индивидуального задания	6
4.	Вычисление значений элементарных функций с помощью степенных рядов.	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и информационным источникам	4
5.	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциаль-	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и информационным источникам; Подготовка к лабораторным работам;	10

	ных уравнений	Выполнение индивидуального задания	
6.	Решение нелинейных уравнений.	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и информационным источникам; Подготовка к лабораторным работам Выполнение индивидуального задания	10
7.	Решение систем линейных уравнений.	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и информационным источникам; Подготовка к лабораторным работам;	6
8.	Приближение функций. Интерполяция.	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и информационным источникам; Подготовка к лабораторным работам; Выполнение индивидуального задания	10
	ИТОГО		54

5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Численные методы и их использование в решении практических задач

Лабораторная работа № 1. Выбор и подготовка инструментальных средств для выполнения лабораторных работ.

2. Введение в элементарную теорию погрешностей

Лабораторная работа № 2. Определение абсолютной и относительной погрешности вычислений.

3. Численное интегрирование.

Лабораторная работа № 3. Численное интегрирование. Метод левых, правых, центральных прямоугольников.

Лабораторная работа № 4. Численное интегрирование. Метод трапеций, метод Симпсона.

4. Вычисление значений элементарных функций с помощью степенных рядов.

Лабораторная работа № 5. Вычисление значений элементарных функций с помощью степенных рядов.

5. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений

Лабораторная работа № 6. Численное решение задачи Коши.

Лабораторная работа № 7. Численное решение задачи Коши.

Лабораторная работа № 8. Численное решение систем дифференциальных уравнений.

6. Решение нелинейных уравнений.

Лабораторная работа № 9. Численные методы решения нелинейного уравнения с одним неизвестным.

Лабораторная работа № 10. Численные методы решения нелинейного уравнения с одним неизвестным: метод половинного деления.

Лабораторная работа № 11. Численные методы решения нелинейного уравнения с одним неизвестным: метод касательных.

7. Решение систем линейных уравнений.

Лабораторная работа № 12. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Лабораторная работа № 13. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

8. Приближение функций. Интерполяция.

Лабораторная работа № 14. Интерполяционные формулы Ньютона.

Лабораторная работа № 15. Интерполяционная формула Лагранжа.

Лабораторная работа № 16. Схема Эйткена.

Всего: 32 часа

6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
ПК-2	Тест	Низкий (неудовлетворительно)	Количество правильных ответов на вопросы теста менее 60 %
		Пороговый (удовлетворительно)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 61-75 %
		Базовый (хорошо)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 76-84 %
		Высокий (отлично)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 85-100 %
ПК-2	Лабораторная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Лабораторная работа студенту не засчитывается если студент: 1. допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой пересекается пороговый показатель; 2. или если правильно выполнил менее половины работы.
		Пороговый (удовлетворительно)	Если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил: 1. не более двух грубых ошибок; 2. или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета; 3. или не более двух-трех негрубых ошибок; 4. или одной негрубой ошибки и трех недочетов; 5. или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.
		Базовый	Если студент выполнил работу пол-

		(хорошо)	ностью, но допустил в ней: 1. не более одной негрубой ошибки и одного недочета; 2. или не более двух недочетов.
		Высокий (отлично)	Если студент: 1. выполнил работу без ошибок и недочетов; 2. допустил не более одного недочета.
	Контрольная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Контрольная работа не засчитывается если студент: 1. допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой пересекается пороговый показатель; 2. или если правильно выполнил менее половины работы.
		Пороговый (удовлетворительно)	Если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил: 1. не более двух грубых ошибок; 2. или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета; 3. или не более двух-трех негрубых ошибок; 4. или одной негрубой ошибки и трех недочетов; 5. или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.
		Базовый (хорошо)	Если студент выполнил работу полностью, но допустил в ней: 1. не более одной негрубой ошибки и одного недочета; 2. или не более двух недочетов.
		Высокий (отлично)	Если студент: 1. выполнил работу без ошибок и недочетов; 2. допустил не более одного недочета.
ПК-2	Индивидуальное задание	Низкий (неудовлетворительно)	Работа студента не засчитывается если: 1. студент обнаруживает неумение выполнять решения большей части задания, 2. допускает грубые ошибки в решении задач, беспорядочно и неуверенно излагает материал.
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент обнаруживает знание формул и понимание основных методов решения задач, но: 1. излагает решения неполно и допускает неточности в вычислениях; 2. не умеет рационально решать задачи.
		Базовый	Студент выполняет работу полно-

		(хорошо)	стью, обнаруживает понимание материала, но: 1. допускает некоторые вычислительные ошибки; 2. небрежно оформляет решения; 3. демонстрирует решения задач только в рамках алгоритмов, изученных на занятиях.
		Высокий (отлично)	Студент получает высокий балл, если: 1. выполняет задание в полном объеме; 2. обнаруживает понимание материала; 3. использует рациональные способы решения задач; 4. демонстрирует умение пользоваться дополнительными источниками знаний.

6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является **зачет**.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

Критерии оценивания устного ответа на зачете

Оценка «не зачтено» выставляется студенту:

- 1) имеющему пробелы в знании основного материала, предусмотренного программой,
- 2) допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий;
- 3) не выполнившему отдельные задания, предусмотренные формами итогового или текущего контроля.

Оценка «зачтено» выставляется студенту:

- 1) умеющему осознанно выполнять задания, предусмотренные программой;
- 2) усвоившему взаимосвязь основных понятий дисциплины;
- 3) умеющему применять знания при анализе и решении практических задач;
- 4) выполнившему в процессе изучения дисциплины все задания, предусмотренным формами текущего контроля.

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

Пример тестовых заданий

- A1. Число t называется корнем k -ой кратности уравнения $f(x)=0$, если при $x=t$
- а) обращается в нуль функция $f(x)$ и все ее производные до k -ого порядка включительно
 - б) обращается в нуль функция $f(x)$ и все ее производные до $(k-1)$ -ого порядка включительно

- в) обращается в нуль функция $f(x)$ и все ее производные до $(k+1)$ -ого порядка включительно
- г) функция имеет k корней
- A2. В числе 1.0035080
- а) два нуля после 1 не являются значащими
- б) все цифры значащие
- в) все цифры значащие, кроме последнего нуля
- г) все цифры значащие, кроме нуля после цифры 5
- A3. На отрезке $[a,b]$ существует корень уравнения $f(x)=0$, если $f(x)$ – непрерывна и
- а) $f(x)$ не меняет знак на $[a,b]$
- б) $f(x)$ дважды дифференцируема на (a,b) и ее производные не меняют знак
- в) $f'(x)$ меняет знак на $[a,b]$
- г) $f(x)$ меняет знак на $[a,b]$
- д) $f'(x)$ не меняет знак на $[a,b]$
- A4. Метод касательных служит для
- а) решения систем линейных уравнений
- б) решения обыкновенного дифференциального уравнения
- в) нахождения приближенного значения производной
- г) вычисления определенного интеграла
- д) решения нелинейного уравнения
- A5. Вектор невязки – это
- а) число обусловленности матрицы коэффициентов
- б) разность точного и приближенного решения системы
- в) разность между левой и правой частями уравнения $Ax=b$ при подстановке в них приближенного значения
- г) абсолютная погрешность приближенного решения
- д) относительная погрешность приближенного решения
- A6. Метод простой итерации служит для
- а) решения нелинейного уравнения
- б) решения обыкновенного дифференциального уравнения
- в) нахождения минимума функции
- г) вычисления определенного интеграла
- д) решения дифференциального уравнения в частных производных
- A7. Суть метода Гаусса при решении системы линейных уравнений заключается
- в
- а) сведении системы к трехдиагональному виду
- б) сведении системы к треугольному виду
- в) построении итерационного процесса уточнения решения
- г) замене переменных и сведении правых частей к нулю
- д) выражении каждого неизвестного через остальные компоненты вектора решения
- A8. Даны приближенные числа $a_1=13.456$, $a_2=567.234$, $a_3=123.508$ и их относительные погрешности $\delta_1=0.03$, $\delta_2=0.2$, $\delta_3=0.01$. Относительная погрешность произведения этих чисел
- а) ≤ 0.24
- б) ≥ 0.006
- в) $= 0.006$
- г) $= 0.2$
- д) ≥ 0.01

А9. Матрица коэффициентов правой части системы линейных алгебраических уравнений будет хорошо обусловленной, если

- а) число обусловленности меньше 1
- б) число обусловленности равно 1
- в) число обусловленности равно 0
- г) число обусловленности больше 0
- д) число обусловленности больше 100

А10. Оценка погрешности метода половинного для решения нелинейного уравнения $f(x)=0$ ($[a,b]$ – исходный отрезок, n – номер итерации)

- а) $(b-a)^n$
- б) $\frac{b-a}{n}$
- в) $\frac{(b-a)^n}{2^n}$
- г) $\frac{b-a}{2^n}$
- д) $\frac{b+a}{2}$

А11. Метод касательных для решения нелинейного уравнения $f(x)=0$ можно использовать, если

- а) функция $f(x)$ не меняет знак на $[a,b]$
- б) первая и вторая производные функции $f(x)$ не меняют знак на $[a,b]$
- в) вторая производная функции $f(x)$ больше нуля на $[a,b]$
- г) $f'(x)$ меняет знак на $[a,b]$
- д) $f(x)$ меняет знак на $[a,b]$

А12. Шаг равномерной сетки вычисляется по формуле (b, a – границы, n – число узлов)

- а) $h = \frac{b-a}{n-1}$
- б) $h = \frac{b+a}{n}$
- в) $h = \frac{b}{n}$
- г) $h = \frac{b}{n-1}$

А13. Полином Лагранжа – это

- а) подынтегральная функция
- б) форма интерполяционного многочлена
- в) приближенное решение задачи Коши
- г) приближение функции по методу наименьших квадратов

А14. Расчетная формула итерационного процесса для вычисления i -го компонента приближения к корню уравнения $Ax=b$ по методу Якоби имеет вид:

- а) $x_i^{(k+1)} = A \cdot x_i^{(k)} - b_i$
- б) $x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i}^n a_{ij} x_j^{(k)} \right)$
- в) $x_i^{(k+1)} = \varphi(x_i^{(k)})$
- г) $x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} x_j^{(k)} \right)$

A15. Последовательное уменьшение шага интегрирования при вычислении определенного интеграла

- а) не меняет погрешность вычисления
- б) ведет к уменьшению погрешности до момента начала влияния погрешностей округления

- в) ведет к неограниченному увеличению погрешности
- г) ведет к неограниченному уменьшению погрешности

B1. Методом хорд найти корень уравнения $2x - \cos x = 0$ на интервале $[0, \pi/2]$. Выполнить одну итерацию. Записать ответ с тремя значащими цифрами.

B2. Найти приближенное значение интеграла $\int_0^2 x^2 dx$ по формуле трапеций для $n=4$.

B3. Найти абсолютную и относительную погрешности приближенного значения интеграла, найденного в предыдущем задании.

B4. На множестве квадратных матриц размера 3×3 посчитайте расстояние ρ_1 для матриц A и B.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 7 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

B5. Вычислить число обусловленности матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix}$$

C1. Для уравнения $1 - x = \sin x$ найдите отрезки изоляции корней, где применимы метод хорд. Выберите для уточнения каждого корня соответствующее уравнение и отрезок так, чтобы значения первой и второй производных функции $f(x)$ уравнения $f(x)=0$ были положительны на этом отрезке.

C2. Систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 0,5x_1 - 2x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

приведите к виду, позволяющему построить итерационную последовательность по методу Зейделя. Оцените сходимость итерационной последовательности. Выполните два шага итерации, выбрав начальное приближение.

C3. Найти интерполяционный полином Лагранжа для табличной функции и построить график полинома и функции, заданной таблично.

x	0,5	0,7	1
f(x)	2	2,4	3

C4. Построить геометрическую интерпретацию метода Эйлера для решения дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ с начальным условием $y(x_0) = y_0$.

C5. Сформулировать постановку задачи решения нелинейного уравнения и геометрически проинтерпретировать ее.

Пример описания лабораторной работы

Лабораторная работа

Численные методы решения нелинейного уравнения с одним неизвестным: метод половинного деления, касательных

Постановка задачи

Дано уравнение $f(x)=0$. Алгоритм нахождения корня состоит из двух этапов:

1. Отыскание отрезков, содержащих по одному корню – локализация корней.
2. Уточнение приближенного значения до некоторой точности. На этом этапе применяется один из методов: половинного деления, Ньютона.

Задание 1. Исследование функции. Отделение корней.

Исследовать функцию с целью дальнейшего численного решения уравнения $f(x)=0$.

Пример. $f(x)=\sqrt{x}-\cos x$ для уравнения $\sqrt{x}-\cos x=0$.

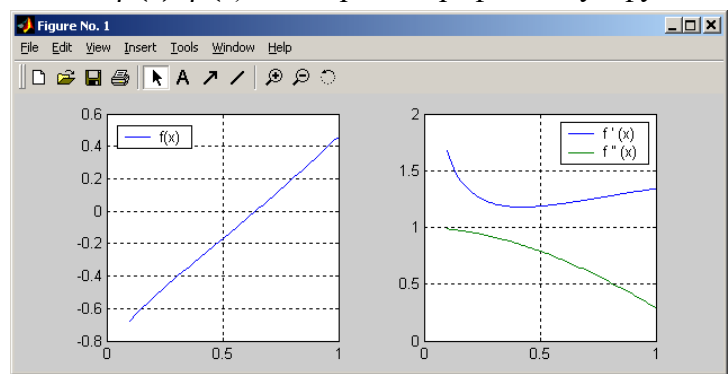
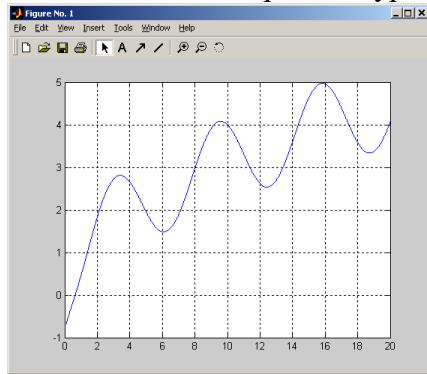
Для дальнейшего использования можно определить функцию, создав соответствующий m-файл. **Обратите внимание:** имя файла должно совпадать с именем функции.

```
function y=f(x)
```

```
y=sqrt(x)-cos(x);
```

Построим график функции $f(x)$ на достаточно большом отрезке из области определения для того, чтобы визуально определить количество корней уравнения $f(x)=0$.

По графику функции определим, сколько корней имеет уравнение. Если это затруднительно, то можно перейти к уравнению вида $f_1(x)=f_2(x)$ и построить графики двух функций.



В данном случае локализуем единственный корень на отрезке $[0.1; 1]$. Если в Вашем варианте несколько корней, то выберите **первоначально один** корень.

На выбранном отрезке необходимо проверить условия теорем существования и единственности корня на отрезке. Можно сделать это графически, построив графики функции, ее первой и второй производных.

Задание 2. Уточнение корней с помощью метода половинного деления.

Уточнить корни уравнения методом половинного деления и указать количество итераций, необходимых для достижения заданной точности.

Для уточнения корней уравнения мы должны оформить алгоритм метода половинного деления в виде m-файла, а количеством итераций будет являться количество делений отрезков $[a; b]$, $[a_1; b_1]$ и так далее пополам до достижения заданной точности ε . Текст m-файла может выглядеть следующим образом:

```
function [t,n]=vilka(func,a,b,eps)
```

```
n=0;
```

```
while b-a>2*eps
```

```
    c=(a+b)/2;
```

```
    n=n+1;
```

```
    f1=feval(func,a);
```

```
    f2=feval(func,c);
```

```
    if f1*f2<0
```

```

    b=c;
else
    a=c;
end;
end;
t=(a+b)/2;

```

Обратившись к данной функции с конкретными параметрами, получим приближенное значение корня и количество затраченных итераций:

```
>> [t,n]=vilka('f',0.1,1,0.01)
```

```

t =
    0.6414
n =
     6

```

Сделайте проверку!

Вычислите приближения корня с точностью $\varepsilon=10^{-2}$, 10^{-3} , 10^{-4} , 10^{-5} , 10^{-6} . С увеличением точности потребуется большее количество значащих цифр в вещественных результатах. Поэтому в нужный момент примените команду `format long`.

Задание 3. Уточнение корней с помощью метода касательных.

Уточните корни уравнения данным методом с указанием количества итераций, необходимых для достижения заданной точности.

Сравните скорость сходимости методов (по числу итераций) для каждого значения ε . Результаты представьте в виде таблицы:

ε	приближение корня	количество итераций	
		половинного деления	касательных
10^{-1}			
10^{-2}			
...			
10^{-6}			

Примеры вариантов контрольных работ

Численные методы решения нелинейных уравнений Вариант 1

1. Отделите корни уравнения $\cos x - x + 1 = 0$.
2. Убедитесь в применимости метода касательных для уравнения $x^2 - 3 = 0$ на отрезке $[1; 2]$. Вычислите первые два приближения к корню.
3. Вычислите положительный корень уравнения $x^2 - 2 = 0$ методом половинного деления с точностью до 0,1. Какое количество шагов для этого потребовалось, если длина начального отрезка локализации корня равна 1?

Вариант 2

1. Отделите корни уравнения $\sin x - x - 1 = 0$.
2. Убедитесь в применимости метода касательных для уравнения $3x^2 - 1 = 0$ на отрезке $[0; 1]$. Вычислите первые два приближения к корню.
3. Вычислите положительный корень уравнения $x^2 - 3 = 0$ методом половинного деления с точностью до 0,1. Какое количество шагов для этого потребовалось, если начальный отрезок локализации корня $[1; 3]$?

Примеры вариантов индивидуальных заданий

Задание: Отделите корни уравнения $f(x)=0$ для Вашей функции и решите уравнение методами половинного деления, касательных. Отчет представьте в виде текстового документа (схему оформления отчета см. в тексте лабораторной работы).

№	$f(x)$	ФИО студента	№	$f(x)$	ФИО студента
1	$4x \ln^2 x - 4\sqrt{1+x} + 5$		6	$x \ln x - x^2 + 3x - 1$	
2	$x^4 e^x + \sqrt[3]{x-1} - 2$		7	$x^3 - 0.9x^2 - x - 0.1$	
3	$e^x - 3\sqrt{x}$		8	$\ln x - 2 \cos x$	
4	$\sqrt{2-x^2} - e^x$		9	$\sqrt{x} e^{\cos x} - 1$	
5	$e^{-(x+1)} + x^2 + 2x - 1$		10	$e^{-x} - 5x^2 + 10x$	

Задание:

Найдите приближающие функции для Вашей функции, заданной таблично (см. варианты индивидуального задания).

Вариант	Функция, заданная таблично								
1	x	1,73	2,56	3,39	4,22	5,05	5,87	6,7	7,53
	y	0,63	1,11	1,42	1,94	2,30	2,89	3,29	3,87
2	x	-1,33	-3,84	-3,23	-2,76	-2,22	-1,67	-1,13	-0,6
	y	2,25	2,83	3,44	4,31	5,29	6,55	8,01	10,04
3	x	1	1,64	2,28	2,91	3,56	4,19	4,84	5,48
	y	0,28	0,19	0,15	0,11	0,09	0,08	0,07	0,06
4	x	1,2	1,57	1,94	3,31	2,68	3,05	3,42	3,79
	y	2,59	2,06	1,58	1,25	0,91	0,66	0,38	0,21
5	x	1,1	1,74	2,38	3,02	3,66	4,3	4,94	5,18
	y	1,73	2,98	3,53	3,89	4,01	4,25	4,32	4,38

Программа зачета Теоретические вопросы

1. История численных методов.
2. Значение численных методов для исследований, особенности их применение.
3. Классификация погрешностей.
4. Абсолютная и относительная погрешность.
5. Действия с приближенными числами.
6. Приближенное вычисление интегралов с использование квадратурных формул с равноотстоящими узлами.
7. Численное интегрирование. Метод левых и центральных прямоугольников. Геометрическая интерпретация метода. Оценка погрешности.
8. Численное интегрирование. Метод правых и центральных прямоугольников. Геометрическая интерпретация метода. Оценка погрешности.

9. Численное интегрирование. Метод трапеций. Геометрическая интерпретация метода. Оценка погрешности.
10. Численное интегрирование. Метод Симпсона. Геометрическая интерпретация метода. Оценка погрешности.
11. Интегрирование с переменным шагом.
12. Численное интегрирование: Метод двойного пересчета.
13. Вычисление значений элементарных функций с помощью степенных рядов.
14. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.
15. Задача Коши.
16. Метод Эйлера для решения задачи Коши. Геометрическая интерпретация метода.
17. Модифицированный метод Эйлера для решения задачи Коши. Геометрическая интерпретация метода.
18. Метод Эйлера-Коши для решения задачи Коши. Геометрическая интерпретация метода.
19. Метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности (без вывода).
20. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений.
21. Постановка задачи решения нелинейного уравнения, геометрическая интерпретация.
22. Этапы численного решения нелинейного уравнения. Отделение корней. Уточнение корней.
23. Метод половинного деления для решения нелинейного уравнения с одним неизвестным. Оценка погрешности и критерий окончания итерационного процесса.
24. Метод касательных для решения нелинейного уравнения с одним неизвестным. Геометрическая интерпретация метода. Оценка погрешности и критерий окончания итерационного процесса.
25. Основные подходы к решению систем линейных уравнений.
26. Метод Гаусса и его модификации (метод Гаусса оптимального исключения, метод Гаусса-Жордана).
27. Постановка задачи интерполирования.
28. Интерполирование для случая равноотстоящих узлов.
29. Интерполяционные формулы Ньютона.
30. Интерполяционная формула Лагранжа.
31. Схема Эйткена.

7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Информационные технологии – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Официальный сайт БГПУ;
- Система электронного обучения ФГБОУ ВО «БГПУ»;
- Система тестирования на основе единого портала «Интернет-тестирования в сфере образования www.i-exam.ru»;
- Электронные библиотечные системы;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий;

- Обучающие программы
 - операционная система Windows;
 - пакет MS Office (Word, Excel);
 - браузеры (Opera, Explorer, Google и др.);
 - математический пакет MatLab.

8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

9.1 Литература

1. Демидович Б.П. Основы вычислительной математики : учеб.пособие. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2011. - 664 с. (25 экз).
2. Исаков В.Н. Элементы численных методов : учеб. пособие для студ. вузов, обучающихся по спец. "Математика" / В.Н. Исаков. - М. : ACADEMIA, 2003. - 188, с. - (39 экз.).
3. Лапчик, М.П. Численные методы : учеб. пособие для студ. вузов, обучающихся по спец. "Информатика" / М.П. Лапчик, М.И. Рагулина, Е.К. Хеннер. - М. : Академия, 2004. - 383, [1] с. - (Высшее профессиональное образование). (24 экз.)
4. Пантина, И.В. Вычислительная математика : учебник / И. В. Пантина, А. В. Синчуков (Университетская серия). – М. : Маркет ДС, 2010. (5 экз)
5. Федченко, Г.М. Численные методы : курс лекций / Г.М. Федченко ; М-во образования и науки Рос. Федерации, БГПУ. - Благовещенск : [Изд-во БГПУ], 2005. - 178 с. (12 экз.)
6. Пименов, В.Г. Численные методы. В 2х частях. Ч. 1: учебное пособие для вузов / В.Г. Пименов. – Москва: Изд-во Юрайт, 2022. – 111с. – Режим доступа: <https://urait.ru/viewer/chislennyye-metody-v-2-ch-ch-1-492872#page/1>
7. Пименов, В.Г. Численные методы. В 2х частях. Ч. 2: учебное пособие для вузов / В.Г. Пименов, А.Б. Ложников. – Москва: Изд-во Юрайт, 2022. – 107с. – Режим доступа: <https://urait.ru/viewer/chislennyye-metody-v-2-ch-ch-2-492873#page/1>

9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». - Режим доступа: <http://www.window.edu.ru/>
2. Портал научной электронной библиотеки. - Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>
3. Интернет-Университет Информационных Технологий. - Режим доступа: <https://intuit.ru>
4. Интернет-журнал «Вычислительные методы и программирование». - Режим доступа: <http://num-meth.srcc.msu.su/index.php/journal>

9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». - Режим доступа: <https://urait.ru>
2. Полпред (обзор СМИ). - Режим доступа: <https://polpred.com/news>

10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (мультимедийные презентации).

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях, оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice, OpenOffice; математический пакет MatLab.

Разработчик: Ситникова И.А., кандидат педагогических наук, доцент

11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2022/2023 уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2022/2023 уч. г. на заседании кафедры информатики и методики преподавания информатики (протокол № 11 от «16» июня 2022 г.).