

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Щёкина Вера Витальевна
Должность: Ректор
Дата подписания: 08.06.2022 05:44:19
Уникальный программный идентификатор:
a2232a55157e576551a8999b1c90892af53989420420556b01573a454e57789

	МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Благовещенский государственный педагогический универси- тет»
	ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА Рабочая программа дисциплины

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан

Физико-математического факультета

ФГБОУ ВО «БГПУ»

Т.А. Мередилина



«16» июня 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

**Направление подготовки
44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
(с двумя профилями подготовки)**

**Профиль
«ИНФОРМАТИКА»**

**Профиль
«ФИЗИКА»**

**Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ**

**Принята на заседании кафедры
физического и математического
образования
(протокол № 9 от «26» мая 2022 г.)**

Благовещенск 2022

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	3
2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ	6
3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)	8
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	10
5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	11
6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....	18
7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ	24
В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ	24
8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ	24
9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ	25
10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА	27
11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ	28

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель дисциплины: овладение классическими методами математики, как общенаучными; формирование систематических знаний основных определений, теорем, теорий из курса математики, алгоритмов и методов решения математических задач и задач, связанных с математическим моделированием; научное обоснование теорем, предложений и методов математики; изучение роли и места дисциплины в системе математических и естественных наук; формирование умений описывать математическим языком реальные физические процессы при решении задач.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Математический анализ» относится к дисциплинам обязательной части (части, формируемой участниками образовательных отношений) блока Б1 (Б1.О.07).

Дисциплина «Математический анализ» органично продолжает изучение математики, расширяет и углубляет математические знания студентов, развивает их умения, навыки решать математические и физические задачи.

1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: УК-1, ОПК-8, ПК-2:

- **УК-1.** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Индикаторы достижения компетенций:

УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.

УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.

УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений

- **ОПК-8.** Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

Индикаторы достижения компетенций:

ОПК-8.2. Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания основных закономерностей возрастного развития когнитивной и личностной сфер обучающихся, научно-обоснованных закономерностей организации образовательного процесса.

ОПК-8.3 Демонстрирует специальные научные знания в том числе в предметной области.

- **ПК-2.** Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования; **индикатором** достижения которой является:

ПК-2.2 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, системой основных математических структур и методов.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения. В результате изучения дисциплины студент должен

знать

- понятия функции одной переменной, области определения и множества значений функции, последовательности, предела, функции непрерывной в точке, на множестве;
- свойства основных элементарных функций, свойства функций, имеющей предел, методы вычисления пределов; свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке, алгоритм исследования функции на непрерывность;
- понятие производной, правила нахождения производных, таблицу производных основных элементарных функций, геометрический смысл производной функции в точке, дифференциала функции в точке, уравнение касательной, нормали, свойства дифференцируемых

функций в точке и на отрезке, алгоритмы исследования функций на экстремум и нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке, алгоритм полного исследования функции и построения графика;

- понятия неопределенный и определенный интеграл, их свойства, формулу Ньютона – Лейбница, методы интегрирования (с помощью таблицы, заменой переменной, по частям), простейшие дроби и методы их интегрирования, приложения интегрального исчисления в геометрии;

- понятия числового, функционального, степенного ряда, сходящегося и расходящегося рядов, абсолютно и условно сходящегося ряда, свойства сходящихся рядов, необходимый признак сходимости, достаточные признаки сходимости положительных рядов, алгоритм разложения функции в степенной ряд, табличные степенные ряды, их применения;

- понятие ряда Фурье, формулы для вычисления коэффициентов, теорему Дирихле, алгоритмы разложения 2π , $2l$ – периодических, четных и нечетных, произвольных на отрезке функций в ряд Фурье;

- понятия функции 2-х, 3-х переменной, области определения, множества значений, графика функции 2-х переменных, линии уровня, поверхности уровня, предела функции, непрерывности функции в точке, свойства предела функции и функций, непрерывных в точке;

- частной производной первого и высших порядков, дифференциала первого и высших порядков, экстремума функции 2-х переменных, производной по направлению, градиента, уравнение касательной плоскости и нормали, алгоритмы нахождения производных высших порядков, экстремума функции 2-х переменных;

- понятия двойного и тройного интегралов, криволинейных интегралов I и II рода, их свойства, методы их вычисления, алгоритм восстановления функции с помощью полного дифференциала;

- понятия: дифференциального уравнения n -го порядка, первого порядка, решения, общего, частного, особого решений, изоклины, поля направлений; теорему существования и единственности решения задачи Коши;

- типы дифференциальных уравнений первого порядка, методы решений уравнений с разделяющимися переменными, с однородными функциями, в полных дифференциалах, линейных, Бернулли, Клеро, Лагранжа;

- типы дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка, методы их решения,

- понятия линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами, методы их решения;

- понятия: системы дифференциальных уравнений, нормальной системы дифференциальных уравнений, системы линейных дифференциальных уравнений, методы их решения;

уметь

- используя полученные знания, литературу, конспекты лекций решать задачи следующих типов:

найти область определения функции, построить графики функций с помощью графиков основных элементарных функций, найти пределы функций, используя основные правила и теоремы теории пределов, исследовать непрерывность функции;

найти производную функции, дифференциал, составить уравнение касательной и нормали к графику функции, приближенно вычислить значения функции, используя геометрический смысл дифференциала функции, провести исследование монотонности функции, выпуклостей графика функции, найти асимптоты графика функции, проведя исследование функции, построить график, исследовать экстремальные свойства функции;

найти неопределенные интегралы и вычислить определенные по таблице, заменяя переменную, по частям, от рациональной, тригонометрической, иррациональной функций, вычислить площадь, длину дуги кривой, объем тела вращения;

исследовать положительный и знакопеременный ряды на сходимость, найти область сходимости степенного ряда, разложить функцию в ряд, приближенно вычислить значения функций и определенных интегралов;

разложить в ряд Фурье 2π , $2l$ – периодическую, четную и нечетную функции;

найти и построить на чертеже область определения функции 2-х, 3-х переменных, вычислить предел функции 2-х переменных, исследовать непрерывность функции 2-х переменных в точке;

найти частные производные, дифференциалы, составить уравнение касательной плоскости, нормали, исследовать экстремум функции 2-х переменных, найти наибольшее и наименьшее значения функции 2-х переменных на компакте;

вычислять двойные, тройные, криволинейные интегралы, восстанавливать функцию с помощью криволинейного интеграла II рода;

определить порядок дифференциального уравнения, тип дифференциального уравнения, в соответствии с типом выбрать метод решения, решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, с однородными функциями и приводящиеся к ним, в полных дифференциалах и приводящиеся к ним, линейные, Бернулли, Клеро, Лагранжа;

определить тип дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка, выбрать метод его решения и решить дифференциальное уравнение;

решить линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального типа или производной правой частью; определить тип системы дифференциальных уравнений, решить нормальные системы дифференциальных уравнений методами: сведения к одному дифференциальному уравнению высшего порядка, интегрируемых комбинаций, решать линейные системы дифференциальных уравнений методом Эйлера;

владеть умениями:

- изучая и анализируя литературу, используя конспекты лекций, решать задачи следующих типов:

найти область определения функции, раскрывать неопределенности $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$, 1^∞ , вы-

числять пределы, исследовать непрерывность в точке;

вычислить производную функции в точке, используя правила дифференцирования, найти производную функции, приближенно вычислить значение функции, составить уравнения касательной и нормали, исследовать экстремальные свойства функции и найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

найти неопределенные интегралы и вычислить определенные по таблице, заменяя переменную, по частям, интегрировать простейшие дроби I, II, III типа, вычислить площадь криволинейной трапеции;

исследовать положительный и знакопеременный ряды на сходимость, найти область сходимости степенного ряда, разложить функцию в ряд, приближенно вычислить значения функции и определенного интеграла;

разложить в ряд Фурье 2π , $2l$ – периодические, четные и нечетные функции;

найти область определения функции 2-х переменных, найти предел функции 2-х переменных, применяя полярные координаты;

найти частные производные, исследовать экстремум функции 2-х переменных, найти наибольшее и наименьшее значения на компакте;

построить область интегрирования, вычислить повторные интегралы, двойные, криволинейные II рода;

определить порядок дифференциального уравнения,

решить дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, с однородными функциями, в полных дифференциалах, линейные, Бернулли, Клеро, Лагранжа, линейные

однородные и неоднородные дифференциальные уравнения с правой частью квазимного-членом, нормальные системы дифференциальных уравнений методом сведения к одному дифференциальному уравнению высшего порядка, линейные системы дифференциальных уравнений методом Эйлера;

- составить алгоритм решения предложенной задачи;

- устно пояснить решение задачи.

1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Математический анализ» составляет 9 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (324 часов):

№	Наименование раздела	Курс	Се- местр	Кол- во часов	ЗЕ
1.	Функции одной переменной: теория пределов и непрерывность	1	1	36	1
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной: производная и дифференциал. Приложение дифференциальное исчисление функций одной переменной	1	1	36	1
3.	Интегральное исчисление функций одной переменной	1	1	36	1
4.	Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	1	2	54	1,5
5.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	1	2	54	1,5
6.	Ряды	1	2	36	1
7.	Дифференциальные уравнения	1	2	36	1

Общая трудоемкость дисциплины «Математический анализ» составляет 9 зачётных единиц.

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Объем дисциплины и виды учебной деятельности (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1	Семестр 2
Общая трудоемкость	324	144	180
Аудиторные занятия	144	54	90
Лекции	58	22	36
Практические занятия	86	32	54
Самостоятельная работа	144	54	90
Вид итогового контроля	-	экзамен	зачёт с оценкой

2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Учебно-тематический план I семестр

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	

1.	Функции одной переменной: теория пределов и непрерывность	36	8	10	18
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной: производная и дифференциал. Приложение дифференциальное исчисление функций одной переменной	36	6	10	20
3.	Интегральное исчисление функций одной переменной	36	8	12	16
Экзамен		36			
ИТОГО		144	22	32	54

Учебно-тематический план II семестр

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
4.	Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	54	8	12	34
5.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	54	10	14	30
6.	Ряды	36	8	12	16
7.	Дифференциальные уравнения	36	10	16	10
Зачёт с оценкой					
ИТОГО		180	36	54	90

Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Функции одной переменной: теория пределов и непрерывность	Практическое занятие	Работа в парах, по группам, индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю	4
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной: производная и дифференциал. Приложение дифференциальное исчисление функций одной переменной	Практическое занятие	Работа в парах, по группам, индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю	4

4.	Интегральное исчисление функций одной переменной	Практическое занятие	Работа в парах, по группам, индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю	6
5.	Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Практическое занятие	Работа в парах, по группам, индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю	3
6.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	Практическое занятие	Работа в парах, по группам	4
7.	Ряды	Практическое занятие	Работа в парах, по группам	3
8.	Дифференциальные уравнения	Практическое занятие	Работа в парах, по группам	8
ИТОГО				32

3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

Тема 1. Функции одной переменной: теория пределов и непрерывность

Множество действительных чисел. Ограниченные, неограниченные множества. Промежутки. Точная верхняя и точная нижняя грани ограниченного множества, их существование.

Отображения. Действительная функция действительной переменной. Свойства функций. Сложная функция. Обратная функция.

Предел функции в точке. Свойства функции, имеющей предел в точке. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности и бесконечный предел. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Теорема о пределе монотонной последовательности. Бесконечно малые функции и их свойства. Предел суммы, произведения, частного. Предельный переход в неравенствах. Предел сложной функции. Первый замечательный предел. Число e . Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых функций.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность элементарных функций. Предельный переход под знаком непрерывной функции. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: производная и дифференциал

Производная функции, её геометрический смысл. Уравнение касательной к графику функции в точке. Связь между непрерывностью функции и существованием производной. Правила дифференцирования функции. Производные основных элементарных функций. Дифференцируемость функции. Критерий дифференцируемости функции в точке. Дифференциал функции в точке, его геометрический смысл. Дифференциал суммы, произведения и частного, сложной функции. Инвариантность формы записи дифференциала. Параметрически заданные функции, их дифференцирование. Производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 3. Приложение дифференциального исчисления функций одной переменной

Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коши. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции на промежутке. Максимум и минимум. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Выпуклые функции. Точки перегиба. Асимптоты. Полное исследование функций и построение графиков функций.

Тема 4. Интегральное исчисление функций одной переменной

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Интегрирование по частям. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование простейших иррациональных функций, биномиальный дифференциал. Интегрирование простейших трансцендентных функций.

Интегрируемость функции и определенный интеграл. Нижние и верхние суммы Дарбу. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функций. Некоторые классы интегрируемых функций. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и заменой переменной под знаком определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объема тела. Вычисление длины гладкой дуги.

Несобственные интегралы I и II рода, их свойства. Сходимость несобственных интегралов. Геометрический смысл несобственных интегралов.

Тема 5. Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Понятие функций 2-х, 3-х переменных. График функции двух переменных. Предел и непрерывность функций 2-х, 3-х переменных. Частные производные функций нескольких переменных, их геометрический смысл. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Дифференциал и дифференцируемость функции нескольких переменных; геометрический смысл полного дифференциала. Дифференцируемость сложной функции, инвариантность формы записи полного дифференциала. Дифференцирование неявно заданных функций. Производная по направлению; градиент; производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции нескольких переменных.

Тема 6. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

Двойной интеграл, его свойства, методы вычисления, применения в геометрии. Тройной интеграл, его свойства, методы вычисления, применения в геометрии. Криволинейные интегралы I и II рода, их свойства, методы вычисления, некоторые применения.

Тема 7. Ряды

Числовые ряды: Основные понятия теории числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Гармонический ряд. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов (признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши). Знакопередающиеся ряды; теорема Лейбница; абсолютно и условно сходящиеся ряды.

Степенные ряды: Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Структура области сходимости степенного ряда. Радиус, интервал сходимости. Область сходимости степенного ряда. Разложение функции в степенной ряд; ряд Тейлора. Некоторые применения степенных рядов.

Ряды Фурье: Тригонометрический ряд Фурье. Разложение 2π -периодической функции в ряд Фурье (теорема Дирихле, разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций). Разложение $2l$ -периодической функции в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода; представление непериодической функции рядом Фурье.

Тема 8. Дифференциальные уравнения

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения с разделяющимися пе-

ременными. Уравнения в полных дифференциалах. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения n -го порядка: основные понятия и общие свойства. Линейные однородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Линейные неоднородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и произвольной правой частью. Основные понятия теории систем линейных дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Интегрирование систем дифференциальных уравнений.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Данные рекомендации предназначены для студентов физико-математического факультета направления подготовки бакалавра «44.03.05 Педагогическое образование» профиль «Физика», профиль «Информатика».

Процесс обучения указанной дисциплине преследует следующие цели:

- ознакомить студентов с основными понятиями математического анализа, методами решения задач, относящимися к математическому анализу,
- научно обосновать теоремы и предложения курса,
- в комплексе с другими математическими дисциплинами продолжить развитие математической культуры логических рассуждений и правильной устной и письменной математической речи.

В результате изучения дисциплины студент **должен иметь представление** о месте и роли математического анализа в истории науки, в современной математике, об использовании методов математического анализа в физике и других естественных науках; **должен знать** основные понятия, теоремы курса, виды моделей и способы их построения, предлагаемые этой дисциплиной, методы решения основных типов задач; **должен уметь** находить пределы функций одной и нескольких переменных, в том числе и комплексных функций, дифференцировать, интегрировать функции одной и нескольких переменных, в том числе комплексные функции, исследовать сходимость числовых рядов, раскладывать функции в ряды Тейлора и Фурье, решать дифференциальные уравнения и их системы.

Теоретический материал курса представлен планом лекционных занятий с указанием вопросов, рассматриваемых на каждой лекции.

Учебно-методические материалы по подготовке практических занятий содержат планы проведения занятий с указанием последовательности рассматриваемых тем, задания для решения в группе и задания для самостоятельной работы.

В рабочей программе представлен примерный вариант контрольных и самостоятельных работ, которые позволяет проверить уровень усвоения изученного материала.

Рабочая программа содержит программы зачета и экзамена, которые позволят наиболее эффективно организовать подготовку к ним. При подготовке к занятиям, зачету и экзамену студенты могут использовать литературу, приведенную в рабочей программе.

Подготовку к зачету или экзамену наиболее рационально осуществлять путем повторения и систематизации курса с помощью кратких конспектов. При работе с теоретическим материалом студент должен уяснить наиболее важные идеи каждой темы, уметь пользоваться основными понятиями и утверждениями (знать их формулировки, демонстрировать их использование на примерах, понимать условия применения и т.д.). Как правило, каждая тема, изученная в рамках курса, содержит ряд основных задач, приемами и методами решения которых должен владеть студент.

Изучать материал рекомендуется по плану, представленному в плане лекций (см. выше). После изучения теоретических основ каждой темы рекомендуется выполнить задания из практического занятия.

**Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
студентов по дисциплине**

№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
1.	Функции одной переменной: теория пределов и непрерывность	Домашнее задание Подготовка к экзамену	18
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной: производная и дифференциал. Приложение дифференциального исчисления функций одной переменной	Домашнее задание Подготовка к экзамену	20
3.	Интегральное исчисление функций одной переменной	Домашнее задание Подготовка к экзамену	16
4.	Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Домашнее задание Подготовка к зачёту	34
5.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	Домашнее задание Подготовка к зачёту	30
6.	Ряды	Домашнее задание Подготовка к зачёту	16
7.	Дифференциальные уравнения	Домашнее задание Подготовка к зачёту	10
	ИТОГО		90

5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

I СЕМЕСТР

Тема 1. Функции одной переменной: теория пределов и непрерывность

Практическое занятие 1. Предел последовательности. Предел функции. Раскрытие

неопределённостей: $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$.

- Используя определение предела, докажите, что последовательность $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ является бесконечно малой.
- Используя определение предела последовательности, докажите, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{5n+2} = \frac{4}{5}$.
- Вычислите пределы последовательностей.
Работа в парах: вычисление пределов последовательностей.
- Докажите, используя определение, что $\lim_{x \rightarrow 0} (3x - 2) = -2$.

5. Вычислите пределы функций:

Работа в парах: вычисление пределов функций.

Практическое занятие 2. Первый замечательный предел

Применяя первый замечательный предел и его следствия, вычислите пределы.

Работа в парах: вычисление пределов.

Практическое занятие 3. Второй замечательный предел

Применяя второй замечательный предел и его следствия, вычислите пределы.

Работа в парах: вычисление пределов.

Практическое занятие 4. Вычисление пределов с помощью сравнения бесконечно малых

Применяя сравнение бесконечно малых величин, вычислите пределы функций.

Работа в парах: вычисление пределов.

Практическое занятие 5. Непрерывность функции

1. Используя определение функции, непрерывной в точке, докажите непрерывность функции $f(x)$ в точке x_0 , принадлежащей области определения.

2. Исследуйте непрерывность кусочно заданной функции и постройте её график.

3. Исследуйте непрерывность функции в указанной точке:

4. Используя свойства непрерывных функций, докажите непрерывность функций на множестве действительных чисел:

5. Исследуйте функции на непрерывность на отрезках.

Работа по группам: исследование непрерывности функции, поиск точек разрыва.

Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с.

2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 1. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование», 2005. – 303 с.

3. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2005. – 608 с.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: производная и дифференциал. Приложение дифференциальное исчисление функций одной переменной

Практическое занятие 1. Производная и дифференциал функции

I. Найдите производные и дифференциалы следующих функций.

II. Найдите производную неявно заданной функции.

Работа в парах: нахождение производных функций.

Практическое занятие 2. Производная неявно заданной функции. Геометрический смысл производной и дифференциала функции. Касательная и нормаль к кривой

1. Найдите производные неявно заданных функций.

2. Напишите уравнение касательной и нормали к кривой в заданной точке.

3. В какой точке касательная к кривой параллельна прямой?

4. Найдите угол, под которым пересекаются кривые.

5. Вычислите приближённо значения, применяя геометрический смысл дифференциала функции.

Работа в парах: решение заданий 2, 3, 4.

Практическое занятие 3. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о среднем

1. Найдите производные и дифференциалы указанных порядков.

2. Проверьте справедливость теоремы Ролля для функции на указанном промежутке. Найдите соответствующее значение c , если оно существует.

3. Проверьте справедливость теоремы Лагранжа для функции на указанном промежутке. Найдите соответствующее значение c , если оно существует.
4. Найдите точку, в которой касательная к кривой параллельна хорде, соединяющей точки. Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 4. Правило Лопиталя

Найдите пределы, используя правило Лопиталя.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 5. Исследование функций с помощью производных и построение графиков функций

1. Найдите интервалы возрастания и убывания функций. Исследуйте функцию на экстремум.
 2. Найдите интервалы выпуклости и точки перегиба следующих графиков функций.
 3. Найдите асимптоты графиков функций.
 4. Проведите полное исследование следующих функций и постройте их графики.
 5. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке.
- Работа в парах: исследование функций и построение графиков.

Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. Шк., 2006. – 326 с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 1. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование», 2005. – 303 с.
3. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель, 2006. – 558 с.
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2019. – 608 с.
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – В 3-х т. Т.1. / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 608 с.

Тема 3. Интегральное исчисление функций одной переменной

Практическое занятие 1. Первообразная и неопределённый интеграл.

Найдите интегралы, применяя таблицу неопределённых интегралов.

Работа в парах: нахождение неопределённых интегралов.

Практическое занятие 2. Интегрирование заменой переменной и по частям неопределённых интегралов

- I. Используя надлежащую замену, найдите интегралы.
 - II. Используя метод интегрирования по частям, найдите интегралы.
- Работа в парах: нахождение неопределённых интегралов.

Практическое занятие 3. Интегрирование рациональных функций

1. Представьте рациональную функцию в виде суммы простейших дробей.
2. Найдите неопределённые интегралы.

Работа в парах: нахождение неопределённых интегралов.

Практическое занятие 4. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций

Найдите интегралы от тригонометрических и иррациональных функций.

Работа в парах: нахождение неопределённых интегралов.

Практическое занятие 5. Определённый интеграл

1. Устно укажите функции, неинтегрируемые по Риману и интегрируемые по Риману на данном промежутке.
2. Вычислите определённый интеграл, используя таблицу первообразных.
3. Используя замену переменной, вычислите определённый интеграл.

4. Интегрируя по частям, вычислите определённый интеграл.

Практическое занятие 6. Несобственные интегралы

Используя определение и свойства, исследовать сходимость несобственных интегралов.

Работа в парах: исследование сходимости несобственных интегралов.

Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. Вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. Шк., 2006. – 326 с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 1. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование», 2005. – 303 с.
3. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель, 2006. – 558 с.
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2019. – 608 с.
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – В 3-х т. Т.1. / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 608 с.

II семестр

Тема 4. Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Практическое занятие 1. Функции 2-х, 3-х переменных: область определения, график, линии уровня, поверхности уровня. Предел и непрерывность функции двух переменных

1. Найдите значений функций двух переменных в заданных точках.
2. Найдите и изобразите на плоскости области определения функций двух переменных.
3. Изобразите на плоскости линии уровня функции.
4. Изобразите в пространстве поверхности уровня функции.
5. Найдите пределы следующих функций или покажите, что они не существуют.
6. Исследовать на непрерывность функцию в точке.
7. Функция не определена в точке. Можно ли в этой точке функцию определить так, чтобы она стала непрерывной?

Работа в парах: нахождение области определения.

Практическое занятие 2. Частные производные функции. Полный дифференциал функции и его геометрический смысл

1. Найдите частные и полное приращения функции в точке и при данных приращениях аргументов.
2. Найдите частные производные и полный дифференциал следующих функций.
3. Вычислите приближенно значения функций, применяя геометрический смысл дифференциала функции двух переменных.

Работа в парах: нахождение частных производных.

Практическое занятие 3. Дифференцирование сложной функций.

Касательная плоскость и нормаль к поверхности

1. Найдите производную $\frac{dz}{dt}$ сложной функции двух переменных.
2. Найдите частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$ и полный дифференциал dz .
3. Составьте уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 14$ в точке $P_0(1; 1; -1)$.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 4. Производная по направлению. Градиент.

Частные производные и дифференциалы высших порядков.

1. Найдите дифференциалы dz и d^2z для следующих функций.
2. Найдите производную функции двух переменных в точке в направлении, составляющем с осью Ox заданный угол. Определить направление максимального роста функции в этой точке.
3. Даны: функция двух переменных, точка и вектор. Найдите: 1) $\overline{\text{grad}z}(A)$, 2) $\frac{\partial z}{\partial a}(A)$
4. Найдите производную функции в точке в направлении к точке.
5. Найдите направление максимального роста функции в точке. Найдите наибольшее из значений производных по разным направлениям в точке.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 5, 6. Экстремум функции двух переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на компакте

1. Найдите экстремум функции двух переменных
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на компакте
3. Дана система, состоящая из 6 точек, координаты, которых указаны в таблице
Требуется построить прямую с уравнением $y = ax + b$ так, чтобы она отличалась как можно меньше от данной системы точек в смысле наименьших квадратов.
4. Из всех прямоугольников с заданной площадью найти такой, периметр, которого имеет наименьшее значение.

Работа по группам: решение задач с докладом у доски.

Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. Вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. Шк., 2006. – 326 с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование», 2005. – 415 с.
3. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель, 2006. – 558 с.
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2019. – 608 с.
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – В 3-х т. Т.2. / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 800 с.

Тема 5. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

Практическое занятие 1, 2. Двойной интеграл

1. Интегрируема ли функция в замкнутом круге?
2. Пусть функция $f(x; y)$ интегрируема на компакте Φ . Записать двойной интеграл $\iint_{\Phi} f(x; y) dx dy$ в виде повторных с разным порядком интегрирования.
3. Изменить порядок интегрирования.
4. Вычислить двойные интегралы, сводя их к повторному.
5. Заменяя переменные, вычислите двойные интегралы.

Работа по группам: вычисление двойных интегралов разными способами.

Практическое занятие 3, 4. Тройной интеграл

1. Различными способами расставьте пределы интегрирования в тройном интеграле.
2. Вычислите тройные интегралы.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями.

Работа по группам: вычисление тройных интегралов разными способами.

Практическое занятие 5. Криволинейный интеграл I рода

Вычислите криволинейные интегралы I рода.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 6. Криволинейный интеграл II рода

Вычислите криволинейные интегралы II рода, применяя различные методы интегрирования.

Практическое занятие 7. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции по её полному дифференциалу

1. Найдите первообразную функцию $U(x, y)$.
2. Найдя первообразные функции, вычислите интеграл.

Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. Вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. Шк., 2006. – 326 с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005. – 415 с.
3. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель, 2006. – 558 с.
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2019. – 608 с.

Тема 6. Ряды

Практическое занятие 1. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Сравнение положительных рядов.

1. Написать четыре первых члена ряда.
2. Найти общий член ряда.
3. Найти сумму ряда.
4. Исследовать ряды на сходимость с помощью необходимого признака.
5. Исследовать сходимость рядов, применяя признак сравнения.

Практическое занятие 2. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости

1. Пользуясь признаком Даламбера, исследовать сходимость рядов.
2. Пользуясь признаком Коши, исследовать сходимость рядов.
3. Используя интегральный признак Коши, исследовать сходимость рядов.

Практическое занятие 3. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.

1. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды.
2. Сколько первых членов ряда достаточно взять, чтобы получить приближенное значение его суммы с точностью до 10^{-2} .
3. Оценить погрешность, допускаемую при замене суммы ряда суммой его 1000 членов.
4. Сколько членов ряда достаточно взять, чтобы вычислить его сумму с точностью до 0,01 ? до 0,001?

Практическое занятие 4. Область сходимости функционального ряда. Промежутки сходимости степенного ряда

1. Найти область сходимости и абсолютной сходимости функционального ряда.
2. Найдите интервал сходимости и промежутки сходимости степенного ряда.

Практическое занятие 5. Разложение функции в ряд Тейлора. Применения степенных рядов

1. Разложите функцию в ряд Тейлора в окрестности указанной точки.

2. Вычислите с точностью $\varepsilon = 0,001$.
3. Вычислите пределы.
4. Вычислите определённые интегралы с точностью $\varepsilon = 0,0001$.

Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005. – 415 с.
3. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель, 2006. – 558 с.
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2019. – 608 с.
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – В 3-х т. Т.2. / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 800 с.

Практическое занятие 6. Ряд Фурье для 2π -периодической функции. Ряд Фурье для $2l$ -периодической функции

1. Разложить функцию в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi)$.
2. Разложить функцию в ряд Фурье на промежутке длиной в период этой функции.
3. Разложить функцию в ряд Фурье на промежутке $(-1; 1)$.

Работа по группам: решение задач в группах и доклад решения у доски.

Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005. – 415 с.
3. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель, 2006. – 558 с.
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2019. – 608 с.
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – В 3-х т. Т.3. / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 672 с.

Тема 7. Дифференциальные уравнения

Практическое занятие 1. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения

1. Решите дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
2. Решите однородные дифференциальные уравнения.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 2. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли

Найдите решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка или уравнений Бернулли.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 3. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах

Решите дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.

Практическое занятие 4. Уравнения, не разрешённые относительно производной. Уравнения, допускающие понижение порядка

1. Классифицируйте уравнения, которые относятся к уравнениям, не разрешённым относительно производной. Решите его.
2. Классифицируйте уравнения, которые относятся к уравнениям, допускающим понижение порядка. Решите его.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 5. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами

Определить фундаментальную систему решений и общее решение линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Решить предложенную краевую задачу или задачу Коши.

Работа по группам: решение задач с докладом у доски.

Практическое занятие 6. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида

Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения или решение задачи Коши.

Работа по группам: решение задач с докладом у доски.

Практическое занятие 7, 8. Системы дифференциальных уравнений

1. Решить систему дифференциальных уравнений методом сведения к дифференциальному уравнению высшего порядка.
2. Решить систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций.
3. Решить систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Работа в парах: решение задач.

Литература

1. Григорьев, М.П. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: Учебное пособие / М.П. Григорьев и др. – М.: Вузовская книга, 2006. – 248 с.
2. Демидович, В.П., Дифференциальные уравнения: Учебное пособие / В.П. Демидович, В.П. Моденов. – СПб.: «Иван Федоров», 2003 – 280 с.
3. Лунгу, К.Н. Сборник задач по высшей математике. 2 курс. / К.Н. Лунгу, В.П. Норин, Д.Т. Письменный, Ю.А. Шевченко, С.Н. Федина – М.: Айрис-пресс, 2004. – 592 с.
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2005. – 608 с.
5. Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. / А.Ф. Филиппов – М.: Наука, 1979. – 96 с.

6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
УК-1, ОПК-3, ПК-2	Домашнее задание	Низкий (неудовлетворительно)	Студент не выполнил домашнее задание или нет ни одной задачи, которую он решил правильно.
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент правильно решил и корректно обосновал ответ в 50 % задач, другие задачи не решены или решены с логическими ошибками, ошибками, свидетельствующими о незнании теоретического материала по теме.

		Базовый (хорошо)	Студент правильно решил и корректно обосновал ответ в 80 % задач, другие задачи не решены или решены ошибками.
		Высокий (отлично)	Студент правильно решил и грамотно обосновал ответы в задачах, предложенных для домашнего рассмотрения.

6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является в I семестре экзамен, во II семестре – зачёт с оценкой.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

Критерии оценки за устный ответ на экзамене

Оценка «5» (отлично) ставится, если:

1. полно раскрыто содержание материала билета;
2. материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности, точно используется терминология;
3. показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации;
4. продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость компетенций, умений и навыков;
5. ответ прозвучал самостоятельно, без наводящих вопросов;
6. допущены одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые исправляются по замечанию.

Оценка «4» (хорошо) ставится, если:

ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

1. в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие содержание ответа;
2. допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию экзаменатора;
3. допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию экзаменатора.

Оценка «3» (удовлетворительно) ставится, если:

1. неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала;
2. имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов;
3. при неполном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность компетенций, умений и навыков, студент не может применить теорию в новой ситуации.

Оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если:

1. не раскрыто основное содержание учебного материала;
2. обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;
3. допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.

4. не сформированы компетенции, умения и навыки.

Критерии оценивания ответа на зачете с оценкой

Оценка «5» (отлично) ставится, если:

1. полно раскрыто содержание материала билета;
2. материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности, точно используется терминология;
3. показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации;
4. продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость компетенций, умений и навыков;
5. ответ прозвучал самостоятельно, без наводящих вопросов;
6. допущены одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые исправляются по замечанию.

Оценка «4» (хорошо) ставится, если:

ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

1. в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие содержание ответа;
2. допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию экзаменатора;
3. допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию экзаменатора.

Оценка «3» (удовлетворительно) ставится, если:

1. неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала;
2. имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов;
3. при неполном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность компетенций, умений и навыков, студент не может применить теорию в новой ситуации.

Оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если:

1. не раскрыто основное содержание учебного материала;
2. обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;
3. допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.
4. не сформированы компетенции, умения и навыки.

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

Программа экзамена (I семестр)

I. Функции одной действительной переменной. Теория пределов функции одной действительной переменной

1. Числовые множества (N , Z , Q , R). Ограниченные числовые множества, границы и грани.
2. Модуль действительного числа, его свойства.
3. Понятие функции. Свойства функций. Числовая последовательность как частный случай функции. Основные элементарные функции, их свойства.
4. Предел функции в точке и на бесконечности. Предел последовательности. Геометрический смысл понятий «предел функции», «предел последовательности».

5. Свойства функций, имеющих предел (единственность предела; ограниченность функции, имеющей предел; сохранение функцией в которой окрестности точки знака предела) (2 теоремы с доказательством).
6. Односторонние пределы функции (определения левостороннего и правостороннего пределов функции в точке, критерий существования предела функции).
7. Бесконечно малые функции, их свойства.
8. Бесконечно большие функции, их свойства.
9. Основные теоремы о пределах:
 - теорема, устанавливающая связь между функцией, пределом и бесконечно малой величиной;
 - предел постоянной величины;
 - предел суммы, произведения и частного, следствия этих теорем;
 - теорема о пределе сложной функции;
 - теорема о пределе промежуточной функции.
10. Первый замечательный предел, его следствия.
11. Число e . Второй замечательный предел, его следствия.
12. Сравнение бесконечно малых (определения, теорема об эквивалентных бесконечно малых). Таблица эквивалентных бесконечно малых величин.

II. Непрерывность функции одной действительной переменной

1. Понятие непрерывной функции в точке и на промежутке.
2. Свойства функций непрерывных в точке:
 - непрерывность суммы, произведения и частного двух непрерывных функций;
 - непрерывность сложной функции;
3. Непрерывность основных элементарных функций.
4. Свойства функций, непрерывных на отрезке (I и II теоремы Больцано – Коши, I и II теоремы Вейерштрасса).
5. Односторонняя непрерывность, точки разрыва, их классификация.

III. Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной

1. Понятие производной, её механический и геометрический смысл.
2. Связь между непрерывностью и существованием производной функции в точке.
3. Правила дифференцирования: производная суммы, произведения и частного; производная постоянной функции; производная сложной функции; производная обратной функции.
4. Производные основных элементарных функций.
5. Дифференциал функции, его геометрический смысл.
6. Дифференцируемые функции. Критерий дифференцируемости функции.
7. Дифференциал суммы, произведения и частного. Дифференциал сложной функции, инвариантность формы записи дифференциала.
8. Производные и дифференциалы высших порядков.
9. Параметрически заданные функции. Дифференцирование параметрически заданных функций.
10. Свойства дифференцируемых функций: теорема Ферма, её геометрический смысл; теорема Ролля, её геометрический смысл; теорема Лагранжа, её геометрический смысл; теорема Коши.
11. Правила Лопиталя.
12. Исследование монотонности функции с помощью производной.
13. Экстремумы функции: понятия локального максимума и локального минимума функции, экстремума функции; необходимое условие существования экстремума функции; понятия точки, подозрительной на экстремум, критической точки; достаточное условие существования экстремума функции; правило исследования функции на экстремум.

14. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба: понятие функции выпуклой вверх, выпуклой вниз; теорема о направлении выпуклости функции; понятие точки перегиба графика функции; необходимое условие точки перегиба графика функции; достаточное условие точки перегиба графика функции.

15. Асимптоты графика функции: вертикальная асимптота, наклонная асимптота.

16. Полное исследование функции и построение графика.

IV. Интегрирование функций одной переменной.

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица простейших интегралов.

2. Интегрирование заменой переменных неопределённых интегралов.

3. Интегрирование по частям неопределённых интегралов.

4. Интегрирование дробно-рациональных функций.

5. Интегрирование тригонометрических функций.

6. Интегрирование иррациональностей функций.

7. Определенный интеграл: определение, его геометрический смысл, необходимое условие существования определенного интеграла, достаточное условие существования определенного интеграла, свойства определенного интеграла.

8. Методы вычисления определенных интегралов: формула Ньютона – Лейбница, интегрирование по частям под знаком определенного интеграла, интегрирование заменой переменной под знаком определенного интеграла.

9. Несобственные интегралы I и II рода, их геометрический смысл и свойства.

II семестр

Программа зачёта с оценкой (II семестр)

I. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

1. Множества в пространствах $\mathbf{R}^2$ и $\mathbf{R}^3$.

2. Понятие функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Линии уровня. Поверхности уровня.

3. Предел функции 2-х и 3-х переменных, методы вычисления.

4. Непрерывность функции 2-х и 3-х переменных.

5. Частные производные функций нескольких переменных, их геометрический смысл.

6. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

7. Дифференциал и дифференцируемость функции нескольких переменных; геометрический смысл полного дифференциала.

8. Дифференцируемость сложной функции, инвариантность формы записи полного дифференциала.

9. Дифференцирование неявно заданных функций.

10. Производная по направлению; градиент.

11. Производные и дифференциалы высших порядков.

12. Экстремум функции нескольких переменных.

II. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

1. Двойной интеграл, его геометрический смысл и свойства.

2. Необходимое и достаточное условия существования двойного интеграла.

3. Методы вычисления двойного интеграла (через повторный интеграл, замена переменных в двойном интеграле).

4. Тройной интеграл, его геометрический смысл и свойства.

5. Методы вычисления тройного интеграла (через повторный интеграл, замена переменных в двойном интеграле).

6. Криволинейные интегралы I рода, их свойства.

7. Методы вычисления криволинейного интеграла I рода.

8. Криволинейные интегралы II рода, их свойства.

9. Вычисление криволинейного интеграла II рода через определенный интеграл.

10. Формула Грина.

11. Восстановление функции по её полному дифференциалу.

III. Ряды

1. Основные понятия теории числовых рядов. Исследование сходимости геометрической прогрессии. Применение определения при исследовании сходимости числового ряда.

2. Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Гармонический ряд.

3. Необходимое и достаточное условие сходимости положительного ряда.

4. Признаки сравнения.

5. Признак Даламбера.

6. Признак Коши.

7. Интегральный признак Коши.

8. Применение интегрального признака Коши при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^s}$ на сходимость.

9. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.

10. Степенные ряды. Теорема Абеля. Структура области сходимости степенного ряда.

11. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора.

12. Применения степенных рядов при вычислении пределов, значений функции, интегралов.

13. Тригонометрический ряд Фурье для функции на промежутке $[-\pi; \pi]$.

14. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье.

15. Разложение функций в ряд Фурье на промежутке $[-l; l]$.

IV. Дифференциальные уравнения

1. Основные понятия дифференциальных уравнений первого порядка (обыкновенное дифференциальное уравнение n -го порядка, порядок дифференциального уравнения, обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка, решение дифференциального уравнения, интегральная кривая, общее решение дифференциального уравнения, частное решение дифференциального уравнения, особое решение дифференциального уравнения, интеграл обыкновенного дифференциального уравнения, задача Коши для дифференциального уравнения, краевая задача для дифференциального уравнения, геометрическая интерпретация решения дифференциального уравнения, изоклина дифференциального уравнения). Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.

2. Уравнения с разделяющимися переменными.

3. Однородные дифференциальные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним.

4. Линейные дифференциальные уравнения I-го порядка. Уравнения Бернулли.

5. Уравнения в полных дифференциалах и уравнения, приводящиеся к ним.

6. Уравнения, неразрешенные относительно производной.

7. Уравнения, допускающие понижения порядка.

8. Основные понятия линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

9. Линейные однородные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

10. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами и произвольной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных.

12. Основные понятия систем дифференциальных уравнений

13. Интегрирование нормальных систем дифференциальных уравнений.

14. Система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

0 вариант

1. Найдите производную функции $z = x^4 + 3x^3y + 9x^2y - 8xy^2 + 5y^3$ в точке $A(1, 1)$ по направлению вектора $\vec{a} = (1, 1)$.
2. Вычислите: $\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy$, где область D ограничена кривыми $x=1$, $y=x^2$, $y=-\sqrt{x}$.
3. Исследуйте сходимость числовых рядов: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7^n \cdot n!}{n^n}$.
4. Разложите в ряд Фурье на интервале $(-1; 1)$ функцию $f(x) = -x$.
5. Найдите решение дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx - \frac{2x^3 + 5y^3}{y^3} dy = 0.$$

7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Информационные технологии – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Электронные библиотечные системы;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий.

8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

9.1 Литература

1. Архипов, Г.И. Лекции по математическому анализу: учебник для ст-тов вузов / Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков. – М.: Дрофа, 2003. – 638 с. (8 экз.)
2. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с. (16 экз.)
3. Бугров, Я.С. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов, обучающихся по инженерно-технич. спец. В 3 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления. / Я.С. Бугров. – М.: Дрофа. – Высшее образование. – (Современный учебник), 2004. – 509 с. (31 экз.)

4. Бугров, Я.С. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов, обучающихся по инженерно-технич. спец. В 3 т. Т. 3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. / Я.С. Бугров. – М.: Дрофа. – Высшее образование. – (Современный учебник), 2004. – 511 с. (32 экз.)
5. Вся высшая математика: учебник для ст-тов вузов / М.Л. Краснов, А.И. Киселёв, Г.И. Макаренков и др. Т.2. – М.: УРСС, 2004. – 187 с. (20 экз.)
6. Вся высшая математика: учебник для ст-тов вузов / М.Л. Краснов, А.И. Киселёв, Г.И. Макаренков и др. Т.3. – М.: УРСС, 2005. – 237 с. (8 экз.)
7. Вся высшая математика: учебник для ст-тов вузов / М.Л. Краснов, А.И. Киселёв, Г.И. Макаренков и др. Т.4. – М.: УРСС, 2001. – 348 с. (6 экз.)
8. Гаврилов, В.Р. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля. / В.Р. Гаврилов, Е.Е. Иванова, В.Д. Морозова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2003. – 496 с. (10 экз.)
9. Григорьев, М.П. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: Учебное пособие / М.П. Григорьев и др. – М.: Вузовская книга, 2006. – 248 с. (10 экз.)
10. Гусак, А.А. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов. В 2 т. Т.1. / А.А. Гусак. – Минск: ТетраСистемс, 2004. – 544 с. (8 экз.)
11. Гусак, А.А. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов. В 2 т. Т.2. / А.А. Гусак. – Минск: ТетраСистемс, 2004. – 447 с. (8 экз.)
12. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 1. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005. – 303 с. (30 экз.)
13. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005. – 415 с. (30 экз.)
14. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель, 2006. – 558 с. (28 экз.)
15. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебное пособие / В.В. Ильина [и др.]; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное агентство по образованию, БГПУ. – Благовещенск: [Изд-во БГПУ], 2006. – 93 с. (34 экз.)
16. Избранные вопросы математического анализа. Предел функции и непрерывность: учебное пособие / Н.В. Ермак [и др.]; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное агентство по образованию, БГПУ. – Благовещенск: [Изд-во БГПУ], 2005. – 115 с. (49 экз.)
17. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2-х т. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. / Л.Д. Кудрявцев. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 400 с. (32 экз.)
18. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2-х т. Т.2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. / Л.Д. Кудрявцев. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 424 с. (36 экз.)
19. Никольский, С.М. Элементы математического анализа. / С.М. Никольский. – М.: Дрофа, 2002. – 272 с. (21 экз.)
20. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. В 2 ч. / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2005. – 608 с. (10 экз.)
21. Федорюк, М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – СПб.: «Лань», 2003. – 448 с. (12 экз.)
22. Филиппов, А.П. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970. – 96 с. (8 экз.)
23. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. – В 2-х ч. Ч.1. / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.; М.; Краснодар: Изд-во «Лань», 2006. – 440 с. (17 экз.)
24. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. – В 2-х ч. Ч.2. / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.; М.; Краснодар: Изд-во «Лань», 2006. – 463 с. (18 экз.)

25. <http://rucont.ru/efd/246490> Протасов Ю. М. Математический анализ. – М.: НАУКА. – 166 с.
26. <http://www.rucont.ru/searchresults> Климов В. С. Одномерный математический анализ. Ч. II. – ЯрГУ. 126 с.
27. <http://www.rucont.ru/efd/236290> Введение в математический анализ. Производная и ее приложения. - Волгогр. гос. архит.-строит. ун-т. 19 с.
28. <http://rucont.ru/efd/204985> Незнамова М. А. Основные методы нахождения пределов. - ГОУ ОГУ. – 24 с.
29. <http://rucont.ru/efd/245225> Каракулина Е. О. Элементы теории множеств. Теория пределов. Непрерывность и точки разрыва функций. – ОГУ. – 68 с.
30. <http://rucont.ru/efd/202367> Рассоха Е. Н. Неопределенный интеграл. – ОГУ. – 43 с.
31. <http://rucont.ru/rubric/39> Туганбаев А.А. Математический анализ: Интегралы: учеб. пособие – М.: ФЛИНТА, 2013. – 88 с.
32. <http://rucont.ru/efd/225962> Ряды. – Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета. – 24 с.
33. <http://rucont.ru/efd/193367> Ткачева О. Л. Ряды Тейлора и Маклорена. Ряды Фурье. – ГОУ ОГУ. – 27 с.
34. <http://rucont.ru/efd/193090> Основы математического анализа (модуль "Функции нескольких переменных"). - ГОУ ОГУ. – 111 с.
35. <http://www.rucont.ru/efd/237396> Климов В. С. Многомерный математический анализ. Ч. I. – ЯрГУ. 126 с.
36. <http://www.rucont.ru/efd/237397> Климов В. С. Многомерный математический анализ. Ч. II. – ЯрГУ. 125 с.
37. <http://rucont.ru/efd/178092> Пантелеев А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс. – М.: Логос. – 387 с.
38. <http://rucont.ru/efd/246506> Туганбаев А. А. Дифференциальные уравнения. – М.: ФЛИНТА, 2013. – 34 с.
39. <http://rucont.ru/efd/245199> Болодурина И. П. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка в примерах и приложениях. – ОГУ. – 58 с.
40. <http://rucont.ru/efd/193142> Крючкова И. В. Математический анализ. Третий семестр – дифференциальные уравнения. – ГОУ ОГУ. – 76 с.

9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». - Режим доступа: <http://www.window.edu.ru/>
2. Портал научной электронной библиотеки. - Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>
3. Интернет-Университет Информационных Технологий. - Режим доступа: <https://intuit.ru>
4. Глобальная сеть дистанционного образования. – Режим доступа: <http://www.cito.ru/gdenet> .
5. Сайт Российской академии наук. - Режим доступа: <http://www.ras.ru/>
6. Российский портал открытого образования. – Режим доступа: <http://www.openet.ru/University.nsf/>
7. Портал бесплатного дистанционного образования. – Режим доступа: www.anriintern.com

9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». - Режим доступа: <https://urait.ru>
2. Полпред (обзор СМИ). - Режим доступа: <https://polpred.com/news>

10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером(рами) с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, коммутатором для выхода в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (мультимедийные презентации).

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ, в лаборатории психолого-педагогических исследований и др.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice, OpenOffice; Adobe Photoshop, Matlab, DrWeb antivirus и т.д.

Разработчик: Якшина А.С., кандидат физико-математических наук, доцент

11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2022/2023 уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2022/2023 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № ____ от «__» мая 2022 г.). В РПД внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1	
№ страницы с изменением:	
Исключить:	Включить:
№ изменения: 2	
№ страницы с изменением:	
Исключить:	Включить: