

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Щёкина Вера Викторьевна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 04.07.2025 01:57:59  
Уникальный программный ключ:  
a2232a55157e576531a899801190892af53989440420356af0173a4534657789

# МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Благовещенский государственный педагогический университет»  
**ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА**  
Рабочая программа дисциплины

УТВЕРЖДАЮ  
Декан

индустриально-педагогического  
факультета ФГБОУ ВО «БГПУ»



Л.М. Калнин  
«26» июня 2020 г.

## Рабочая программа дисциплины МАТЕМАТИКА

Направление подготовки  
**44.03.04 ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ**  
(по отраслям)

Профиль  
**ЭКОНОМИКА И УПРАВЛЕНИЕ**

Уровень высшего образования  
**БАКАЛАВРИАТ**

Принята на заседании кафедры  
Экономики, управления и технологии  
(протокол № 10 от «15» июня 2020 г.)

Благовещенск 2020

**СОДЕРЖАНИЕ**

<b>1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА .....</b>	<b>3</b>
<b>2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ .....</b>	<b>4</b>
<b>3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ) .....</b>	<b>6</b>
<b>4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>8</b>
<b>5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....</b>	<b>12</b>
<b>6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....</b>	<b>33</b>
<b>7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ .....</b>	<b>39</b>
<b>8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ .....</b>	<b>39</b>
<b>9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ .....</b>	<b>39</b>
<b>10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА .....</b>	<b>40</b>
<b>11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ .....</b>	<b>40</b>

## 1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**1.1 Цель дисциплины:** формирование систематических знаний основных определений, теорем, теорий из курса математики, алгоритмов и методов решения математических задач и задач, связанных с математическим моделированием; научное обоснование теорем, предложений и методов математики; изучение роли и места дисциплины в системе математических и естественных наук.

**1.2 Место дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1 (Б1.О.019).

**1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: УК-1,ОПК-8:**

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, индикаторами, которой являются:

УК-1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему.

УК-1.2 Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.

УК-1.3 Аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение

ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний, индикаторами, которой являются:

ОПК-8.1 Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний

ОПК-8.2 Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания основных закономерностей возрастного развития когнитивной и личностной сфер обучающихся, научно-обоснованных закономерностей организации образовательного процесса

**1.4 Перечень планируемых результатов обучения.** В результате изучения дисциплины студент должен

**знать:**

- основные понятия курса математики,
- основные свойства, теоремы курса математики,
- основные методы и модели алгебры, геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики

**уметь:**

- решать типовые задачи по дисциплине «Математика»,
- применять методы алгебры, геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики при проведении исследований при решении классических математических задач;
- находить численные значения различных математических величин;

**владеть:**

- навыками решения практических задач курса математика;
- навыками использования математического аппарата в современных методов и технологиях диагностики.

**1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Математика»** составляет 9 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (324 часа):

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

**1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности**

**Объем дисциплины и виды учебной деятельности (очная форма обучения)**

<b>Вид учебной работы</b>	<b>Всего часов</b>	<b>Семестр 1</b>	<b>Семестр 2</b>
Общая трудоемкость	324	216	108
Аудиторные занятия	144	90	54
Лекции	56	36	22
Практические занятия	88	54	32
Самостоятельная работа	144	90	54
Вид итогового контроля	36	36-экзамен	зачет

**Объем дисциплины и виды учебной деятельности (заочная форма обучения)**

<b>Вид учебной работы</b>	<b>Всего часов</b>	<b>Семестр 1</b>	<b>Семестр 2</b>
Общая трудоемкость	324	216	108
Аудиторные занятия	40	24	16
Лекции	16	10	6
Практические занятия	24	14	10
Самостоятельная работа	271	183	88
Вид итогового контроля	13	9-экзамен	4-зачет

**2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ**

**2.1 Очная форма обучения**  
**Учебно-тематический план**

<b>№</b>	<b>Наименование тем (разделов)</b>	<b>Всего часов</b>	<b>Аудиторные занятия</b>		<b>Самостоятельная работа</b>
			<b>Лекции</b>	<b>Практические занятия</b>	
1.	Аналитическая геометрия и линейная алгебра	36	6	12	18
2.	Математический анализ: теория пределов	36	6	12	18
3.	Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	36	6	12	18
4.	Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной	36	8	10	18
5.	Математический анализ: теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных	40	8	12	20
6.	Математический анализ: ряды	36	8	10	18
7.	Дифференциальные уравнения	36	8	10	18
8.	Теория вероятности	32	6	10	16
<b>Зачёт, Экзамен</b>		<b>36</b>			
<b>ИТОГО</b>		<b>324</b>	<b>56</b>	<b>88</b>	<b>144</b>

**Заочная форма обучения**  
**Учебно-тематический план**

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
1	Аналитическая геометрия и линейная алгебра	29	2	2	25
2	Математический анализ: теория пределов	29	2	2	25
3	Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	50	2	4	44
4	Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной	50	2	4	44
5	Математический анализ: теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных	27	2	2	23
6	Математический анализ: ряды	50	2	4	44
7	Дифференциальные уравнения	50	2	4	44
8	Теория вероятности	26	2	2	22
Зачёт, Экзамен		13			
<b>ИТОГО</b>		<b>324</b>	<b>16</b>	<b>24</b>	<b>271</b>

**Интерактивное обучение по дисциплине**

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Линейная алгебра	ПЗ	Работа по группам: решение систем уравнений матричным способом, с помощью формул Крамера, методом Гаусса	0,5
2.	Математический анализ: теория пределов	ПЗ	Работа в парах: вычисление пределов	1
3.	Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	ПЗ	Работа в парах: Нахождение приближенных значений функции	0,5
4.	Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	ПЗ	Работа в парах: Вычисление определенного интеграла	2
5.	Математический анализ: ряды	ПЗ	Работа в парах: исследования рядов на сходимость	2
6.	Дифференциальные уравнения	ПЗ	Работа в парах: решение практических задач из экономики	1

7.	Теория вероятности	ПЗ	Работа в парах: геометрическое определение вероятности	1
<b>ИТОГО</b>				<b>8</b>

### 3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

#### **Раздел I. Аналитическая геометрия и линейная алгебра**

Определители и матрицы: Матрицы. Операции с матрицами. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Основы теории определителей. Определители второго и третьего порядка, их основные свойства. Системы уравнений. Решение систем двух и трех линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Метод Гаусса, правило Крамера.

Система координат. Векторы, линейные операции над ними. Скалярное, векторное, смешенное произведение векторов и их основные свойства.

Линии на плоскости. Уравнение линии на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Кривые второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола).

Поверхности второго порядка: Изучение поверхностей второго порядка по их каноническим уравнениям

#### **Раздел II. Математический анализ: теория пределов.**

Действительные числа. Модуль. Функция: Множество  $\mathbf{R}$ . Модуль, свойства модуля. Понятие функция, область определения функции. Свойства функции. Обратная функция.

Теория пределов функции одной переменной: Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Предел функции. Основные свойства функций, имеющих предел, Бесконечно малые и их свойства. Операции над функциями, имеющими предел. Односторонние пределы. Предельный переход в неравенствах. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.

Непрерывность функции: Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

#### **Раздел III. Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной**

Производная и дифференциал: Дифференцируемость функции. Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения, частного. Дифференцирование сложной функции. Производная обратной функции. Таблица производных. Производные высших порядков. Механический смысл второй производной. Дифференциалы высших порядков.

Признаки постоянства, возрастания и убывания функции на промежутке. Максимум и минимум. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Вывпуклые функции. Точки перегиба. Асимптоты. Построение графиков функций.

#### **Раздел IV. Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной**

Неопределенный интеграл: Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Интегрирование по частям. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простейших иррациональных функций.

Определенный интеграл: Интегрируемость функции и определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям. Интегрирование заменой переменной. Некоторые приложения определен-

ногого интеграла (вычисление площадей плоских фигур, вычисление объема тела, вычисление длины гладкой дуги). Несобственные интегралы I и II рода, их свойства.

#### **Раздел V. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное интегральное и исчисление функций нескольких переменных**

Функции нескольких переменных: Понятие функции. График функции двух переменных. Предел и непрерывность.

Дифференцируемые функции. Неявные функции: Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал. Достаточные условия дифференцируемости. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Понятие неявных функций, их существование и дифференцируемость.

Экстремумы функций: Понятие максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

Кратные интегралы: двойной интеграл, его свойства, методы вычисления: тройной интеграл, его свойства, методы вычисления.

#### **Раздел VI. Математический анализ: ряды.**

Числовые ряды: Основные понятия теории числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Гармонический ряд. Критерий Коши. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов (признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши). Знакочередующиеся ряды; теорема Лейбница; абсолютно и условно сходящиеся ряды.

Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Степенные ряды. Структура области сходимости степенного ряда. Разложение функции в степенной ряд; ряд Тейлора. Некоторые применения степенных рядов.

#### **Раздел VII. Дифференциальные уравнения**

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений I порядка. Виды дифференциальных уравнений I порядка: Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям I порядка. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений I порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения в полных дифференциалах. Линейные дифференциальные уравнения I-го порядка, уравнения Бернулли. Однородные дифференциальные уравнения. Уравнения, не разрешенные относительно производной.

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков. Уравнения, допускающие понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами: однородные и неоднородные. Метод произвольной постоянной.

#### **Раздел VIII. Теория вероятностей и математическая статистика**

Основные понятия теории вероятностей: Испытания и события. Виды случайных событий. Соотношения между событиями. Полная группа событий. Классическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.

Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия: Теорема сложения вероятностей. Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Свойства независимых событий. Попарная независимость событий и независимость в совокупности. Противоположные события. Вероятность появления хотя бы одного события. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса.

Повторение испытаний: Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Локальные приближения формулы Бернулли: теорема Пуассона, локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема и формула Лапласа.

Виды случайных величин. Функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины: Понятие случайной величины. Дискретные случайные величины. Законы распределения ДСВ. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение. Функция распределения вероятностей СВ и ее свойства. Плотность распределения вероятностей непрерывной СВ, свойства плотности вероятности. Вероятностный смысл плотности вероятности. Равномерное распределение.

Основные числовые характеристики случайных величин: Математическое ожидание дискретной и непрерывной СВ, его свойства. Вероятностный смысл математического ожидания. Дисперсия дискретной и непрерывной СВ, её свойства. Среднее квадратическое отклонение СВ. Математическое ожидание и дисперсия СВ, имеющих распределения: биномиальное, Пуассона, равномерное.

#### **4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

##### **Рекомендации по подготовке к практическим занятиям**

Для успешного проведения практических занятий необходима целенаправленная предварительная подготовка студента. Студенты получают от преподавателя конкретные задания на самостоятельную работу в форме вопросов, которые потребуют от них не только изучения литературы, но и выработки своего собственного мнения, которое они должны суметь аргументировать и защищать (отстаивать свои и аргументированно отвергать противоречащие ему мнения). Практическое занятие в сравнении с другими формами обучения требует от студентов высокого уровня самостоятельности в работе с литературой, инициативы, а именно:

- умение работать с несколькими источниками;
- осуществить сравнение того, как один и тот же вопрос излагается различными авторами;
- сделать собственные обобщения и выводы.

Все это создает благоприятные условия для организации дискуссий, повышает уровень осмысливания и обобщения изученного материала. В процессе семинара идет активное обсуждение, дискуссии и выступления студентов, где они под руководством преподавателя делают обобщающие выводы и заключения. В ходе семинара студент учится публично выступать, видеть реакцию слушателей, логично, ясно, четко, грамотным литературным языком излагать свои мысли, приводить доводы, формулировать аргументы в защиту своей позиции. На семинаре каждый студент имеет возможность критически оценить свои знания, сравнить со знаниями и умениями их излагать других студентов, сделать выводы о необходимости более углубленной и ответственной работы над обсуждаемыми проблемами. В ходе семинара каждый студент опирается на свои конспекты, сделанные на лекции, собственные выписки из учебников, первоисточников, статей, периодической литературы, нормативного материала. Семинар стимулирует у студента стремление к совершенствованию своего конспекта, желание сделать его более информативным, качественным. При проведении практических занятий реализуется принцип совместной деятельности студентов. При этом процесс мышления и усвоения знаний более эффективен в том случае, если решение задачи осуществляется не индивидуально, а предполагает коллективные усилия.

Готовясь к практическому занятию, студенты должны:

1. Познакомиться с рекомендуемой преподавателем литературой.
2. Рассмотреть различные точки зрения по изучаемой теме, используя все доступные источники информации.
3. Выделить проблемные области и неоднозначные подходы к решению поставленных вопросов.
4. Сформулировать собственную точку зрения.

5. Предусмотреть возникновение спорных хозяйственных ситуаций при решении отдельных вопросов и быть готовыми сформулировать свой дискуссионный вопрос.

#### **Рекомендации по подготовке докладов и сообщений**

При подготовке докладов или сообщений студент должен правильно оценить выбранный для освещения вопрос. При этом необходимо правильно уметь пользоваться учебной и дополнительной литературой. Значение поисков необходимой литературы огромно, ибо от полноты изучения материала зависит качество работы. Подготовка доклада требует от студента большой самостоятельности и серьезной интеллектуальной работы. Она включает несколько этапов:

- составление плана доклада путем обобщения и логического построения материала доклада;
- подбор основных источников информации;
- систематизация полученных сведений;
- формулирование выводов и обобщений в результате анализа изученного материала, выделения наиболее значимых для раскрытия темы доклада фактов, мнений и требования нормативных документов.

К докладу по укрупненной теме могут привлекаться несколько студентов, между которыми распределяются вопросы выступления.

В качестве тем для докладов как правило предлагается тот материал учебного курса, который не освещается в лекциях, а выносится на самостоятельное изучение студентами. Поэтому доклады с одной стороны, позволяют дополнить лекционный материал, а с другой – дают преподавателю возможность оценить умения студентов самостоятельно работать с учебным и научным материалом.

Построение доклада, как и любой другой научной работы, традиционно включает три части: вступление, основную часть и заключение. Во вступлении обозначается актуальность исследуемой в докладе темы, устанавливается логическая связь ее с другими темами. В заключении формулируются выводы, делаются предложения и подчеркивается значение рассмотренной проблемы.

#### **Рекомендации по организации самостоятельной работы студентов**

Самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:

- изучение и систематизацию официальных государственных документов - законов, постановлений, указов, нормативно-инструкционных и справочных материалов с использованием информационно-поисковых систем "Консультант-плюс", "Гарант", глобальной сети "Интернет";
- изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;
- подготовку докладов;
- участие в работе студенческих конференций.

Самостоятельная работа бакалавров по данной дисциплине предполагает:

- самостоятельный поиск ответов и необходимой информации по предложенным вопросам;
- выполнение заданий для самостоятельной работы;
- изучение теоретического и лекционного материала, а также основной и дополнительной литературы при подготовке к практическим занятиям, написании докладов;
- самостоятельное изучение материалов официальных сайтов налоговых органов.

**Алгоритм самостоятельной работы студентов:**

1 этап – поиск в литературе и изучение теоретического материала на предложенные преподавателем темы и вопросы;

2 этап – осмысление полученной информации из основной и дополнительной литературы, освоение терминов и понятий, механизма решения задач;

3 этап – составление плана ответа на каждый вопрос или алгоритма решения задачи.

### **Рекомендации по работе с литературой**

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выходы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;

2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;

3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;

4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;

5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочтите текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;

2. Выделите главное, составьте план;

3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;

4. Законспектируйте материал, четко следя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

**Рекомендации по подготовке к зачету и экзамену:**

При подготовке к зачету и экзамену по дисциплине «Математика» особое внимание следует обратить на четкое знание понятийного аппарата дисциплины. Для того чтобы избежать трудностей при ответах по вышеназванным разделам, студентам рекомендуется регулярная подготовка к занятиям, изучение базового перечня учебной информации, в том числе периодических литературных источников.

**Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы  
студентов по дисциплине**

<b>№</b>	<b>Наименование раздела (темы)</b>	<b>Формы/виды самостоятельной работы</b>	<b>Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом ОО/ЗО</b>
1.	Аналитическая геометрия и линейная алгебра	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	18/25
2.	Математический анализ: теория пределов	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	18/25
3.	Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	18/44
4.	Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	18/44
5.	Математический анализ: теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	18/23
6.	Математический анализ: ряды	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	20/44
7.	Дифференциальные уравнения	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	18/44
8.	Теория вероятности	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, вы-	18/22

		полнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	
	<b>ИТОГО</b>		<b>144/271</b>

## 5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### Раздел 1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра.

#### Практическое занятие Матрицы их виды.

1. Вычислить: 1)  $3A - 4B$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 6 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -1 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ , 2)  $2A + \lambda E$ ,  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

2. Найти произведение матриц  $AB$  и  $BA$ : 1)  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ , 2)

$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ , 3)  $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ . 4)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  
 $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

3. Найти произведение матриц:  $A \cdot A^T$  и  $A^T \cdot A$  если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ .

4. Проверить коммутируют ли матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ .

5. Найти значение матричного многочлена  $f(A)$ , если,  $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x - 2$ ,  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

$f(x) = x^2 - 5x + 1$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ .

#### Практическое занятие Определители и их свойства

1. Вычислить определители: 1)  $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$ , 2)  $\begin{vmatrix} -\sqrt{5} & -3 \\ 2 & \sqrt{5} \end{vmatrix}$ , 3)  $\begin{vmatrix} n+1 & n \\ n & n-1 \end{vmatrix}$ , 4)  $\begin{vmatrix} 1 & \log_b a \\ \log_a b & 1 \end{vmatrix}$ , 5)  
 $\begin{vmatrix} a^2 & ab \\ ab & b^2 \end{vmatrix}$ .

2. Решить уравнения: 1)  $\begin{vmatrix} x+3 & x-1 \\ 7-x & x-1 \end{vmatrix} = 0$ , 2)  $\begin{vmatrix} x^2 & x+1 \\ x-2 & x \end{vmatrix} = -1$ .

3. Вычислить определители: 1)  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$ , 2)  $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ , 3)  $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix}$ , 4)  $\begin{vmatrix} \cos \alpha & 1 & 1 \\ \cos \beta & 1 & 0 \\ \cos \gamma & 0 & 1 \end{vmatrix}$ .

4. Решить: 1)  $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ , 2)  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ x+2 & 0 & 1 \\ -2 & 3-x & 1 \end{vmatrix} < 0$

5. Вычислить определитель, используя свойства: 1)  $\begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & 1 & \cos^2 \alpha \\ \sin^2 \beta & 1 & \cos^2 \beta \\ \sin^2 \gamma & 1 & \cos^2 \gamma \end{vmatrix}$ , 2)  $\begin{vmatrix} a & a^2+1 & (a+1)^2 \\ b & b^2+1 & (b+1)^2 \\ c & c^2+1 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$

6. Вычислить определитель: 1)  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ , 2)  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{vmatrix}$ , 3)

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} n & n & n & \dots & n & n & n \\ n & n-1 & n & \dots & n & n & n \\ n & n & n-2 & \dots & n & n & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n & n & \dots & 3 & n & n \\ n & n & n & \dots & n & 2 & n \\ n & n & n & \dots & n & n & 1 \end{vmatrix}$$

Практическое занятие  
Ранг матрицы, обратная матрица

1. Найти ранг матрицы и указать какой-либо ее базисный минор: 1)  $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ ,

2)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & 5 & 6 & -4 \\ 3 & 8 & 2 & -19 \end{pmatrix}$ , 3)  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -7 & 3 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ , 4)  $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ , 5)

$$\begin{pmatrix} 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 24 & -37 & 61 & 13 & 50 \\ 25 & -7 & 32 & -18 & -11 \\ 31 & 12 & 19 & -43 & -55 \\ 42 & 13 & 29 & -55 & -68 \end{pmatrix}$$

$$6) \begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 & 3 \\ 8 & 6 & -7 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & -8 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & -5 \\ 8 & 6 & -1 & 4 & -6 \end{pmatrix}, 7) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, 8) A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 & 4 \\ 2 & -6 & 4 & 3 \\ 3 & -9 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти обратные матрицы для следующих матриц: 1)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ , 2)  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ , 3)  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ,

$$4) \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, 5) \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}, 6) \begin{pmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 6 & -3 & 2 \\ 1 & 7 & -3 \end{pmatrix}, 7) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, 8)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

### Практическое занятие

#### Решение матричных уравнений

$$1. \text{ Решить матричные уравнения: 1) } \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, 2) \quad X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix},$$

$$3) \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}, 4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 2 & -4 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}, 5) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$6) \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{pmatrix}.$$

2. Для данного определителя  $\Delta$  найти миноры и алгебраические дополнения элементов  $a_{i2}$ ,  $a_{3j}$ . Вычислить определитель: а) разложением его по элементам  $i$ -ой строки; б) разложением его по элементам  $j$ -го столбца; в) получив предварительно нули в  $i$ -ой строке:

$$\text{к: 1) } \begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}, 2) \begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$i = 4, j = 1.$$

### Практическое занятие Системы линейных уравнений.

1. Решить системы линейных уравнений методом Крамера, Гаусса или матричным методом: 1)  $\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 = 1. \end{cases}$  2)  $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$  3)  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -6, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$  4)  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$  5)
- 6)  $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$  6)  $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 0, \\ -3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 3x_4 = -2, \\ -5x_1 + 7x_2 - 7x_3 + 5x_4 = -2, \\ 8x_1 - 8x_2 + 5x_3 - 6x_4 = -5. \end{cases}$

2. Найти неизвестные коэффициенты многочлена  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , удовлетворяющего условиям:  $f(-2) = -8$ ,  $f(1) = 4$ ,  $f(2) = -4$ .

## Раздел 2. Математический анализ: теория пределов

### Практическое занятие

#### Функция, область определения, свойства функции.

1. Определить область существования функции: а)  $f(x) = 2^{\frac{1}{x}} + \arcsin \frac{x+2}{3}$ ;
- б)  $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{|x^2 - 2|}} + \sqrt{x-7} + \sqrt{10-x}$ ; в)  $f(x) = \cos \frac{1}{x} + \ln(x+1) + \sqrt[9]{\pi-x}$ .
2. Найти множества значений функции: а)  $f(x) = x^2 + 4x + 1$ ; б)  $f(x) = 3 - 5 \cos x$ ; в)  $y = \sqrt{16 - x^2}$ ; г)  $y = 4^{-x^2}$ ; д)  $y = 5/x$ ; е)  $y = |x| + 1$ .
3. Для функции  $f(x)$  найти соответствующие значения:
- а)  $f(x) = x^3 \cdot 2^x$ ;  $f(1)$ ,  $f(-\sqrt[5]{5})$ ,  $f(3x)$ ,  $f(-3)$ ,  $f(b-2)$ ; б)
- $g(x) = \begin{cases} -1, & \text{при } x < 2 \\ 0, & \text{при } x = 2; g(0), g(2), g(-20), g(t^2) \\ 1, & \text{при } x > 2 \end{cases}$ .
4. Решить уравнение:  $f(x) = f(1)$ , если  $f(x) = 4x^3 - 4x + 1$ .
5. Найти сложные функции  $f \circ f$ ,  $f \circ q$ ,  $q \circ f$ : а)  $f(x) = x^2$ ,  $q(x) = x + 2$ ; б)
- $f(x) = \frac{1}{x-3}$ ,  $q(x) = \frac{x-1}{x}$ .
6. Какие из следующих функций четные, нечетные, а какие общего вида: а)  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ ; б)  $f(x) = x^5 - 3x^3 - x$ ; в)  $f(x) = \sqrt{x}$ ; г)  $f(x) = \arcsin x$ ; д)  $f(x) = \frac{3}{x^2 - 1}$ ; е)  $f(x) = |x| - 2$ ; ж)  $f(x) = \sin x + \cos x$ ; з)  $f(x) = x \cdot e^x$
7. Определить является ли функция периодической, найти ее наименьший период если он существует: а)  $f(x) = \sin 4x$ ; б)  $f(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$ ; в)  $f(x) = \cos^2 5x$ ; г)  $f(x) = x^2$ ; д)  $f(x) = \sin \frac{x}{2} - \operatorname{ctgx} x$ ; е)  $f(x) = 3$ ; ж)  $f(x) = \operatorname{tg} 3x + \cos 4x$ .
8. Выяснить какие из следующих функций являются монотонными, какие ограниченными: а)  $f(x) = c$ ; б)  $f(x) = -x^2 + 2x$ ; в)  $f(x) = \frac{x+2}{x+5}$ .

9. Данна функция  $f(x) = x$ ,  $x \in [0, +\infty)$ . Доопределить ее на интервале  $(-\infty, 0)$ , так чтобы новая функция  $g(x)$  определена на интервале  $(-\infty, +\infty)$  была: а) четной; б) нечетной; в) общего вида.

10. Найти  $y(0)$ ,  $y(2)$ ,  $y(\frac{x}{2})$ ,  $y(h^2)$ ,  $3y(5x)$ , если: а)  $y(x) = \sqrt{2x+7}$ ; б)  $y(x) = \begin{cases} 5, & x < 2 \\ 0, & x = 2 \\ -5, & x > 2 \end{cases}$ .

11. Построить график функции: а)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2+x}, & -4 \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x < 1 \\ e^x, & x \geq 1 \end{cases}$ ; б)  $y = \begin{cases} \ln(-x), & x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{x-3}, & x \geq 1 \end{cases}$ ; в)  $y = \frac{|x|}{x}$ , г)  $y = \cos x - |\cos x|$ ; д)  $y = \sin x - 2|\sin x|$ ; е)  $f(x) = \log_2|x|$ ; ж)  $f(x) = \arcsin|x|$ .

**Практическое занятие  
Предел функции в точке, его вычисление.**

1. Доказать, что: 1)  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x-1) = 3$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-1}{x+1} = \frac{1}{2}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2+5x-3}{x+3} = -7$ .

2. Вычислить пределы: 1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{2x^2-x-1}{-6x^2+5x+4}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{x^3+2x^2-x-2}$ ; 4)

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$ ; 5)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x}-27}$ ; 6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3-(1+5x)}{x^2+x^5}$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2-5x+2}{\sqrt{x+3}-2}$ ; 8)

$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$ ; 9)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x^2+3x-3}{2x^3-2x^2+x-1}$ ; 10)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{\sqrt{x^2+6x-4}}$ ; 11)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{\sqrt[3]{5-x}-\sqrt[3]{x-3}}$ .

**Практическое занятие**

**Предел функции на бесконечности.**

1. Доказать, что: 1)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2-14x+6}{x-3} = 10$ ; 2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{n+5} = 1$ ; 3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-1}{n^2+1} = 2$ .

2. Вычислить: 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+3x^2}{x^2+7x-2}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-x^2}{x^2-2x-2}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+5x+6}{x^2+7x-2x^4-1}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x^2}{x^2+7x^3-2}$ ; 5)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+x^2-5}{x^2+5x+2}$ ; 6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5+3x-1}{x^2+x-2}$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2+4} - x \right)$ ; 8)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1} \right)$ ; 9)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{5x^2+1} - \frac{x^2}{5x-3} \right)$ ; 10)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$ ; 11)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)^{30}(2x-3)^{10}}{(5x+11)^{40}}$ ; 12)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$ .

**Практическое занятие  
Первый замечательный предел**

Вычислить: 1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{1 - \cos 3x}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + mx)}{x}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 3x$ ; 5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$ ; 6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{2^x - 1}$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x^2}}{1 - \cos x}$ ; 8)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}$ ; 9)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}}$ ; 10)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \operatorname{ctg}^3 x}{1 - \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg}^3 x}$ ; 11)  $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$ ; 12)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1}$ ; 13)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} a}{x - a}$ ; 14)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x + 2x}{\arcsin x - 2x}$ .

**Практическое занятие  
Второй замечательный предел**

Вычислить: 1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{2x-1} \right)^{x^2}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2-1}{x^2+1} \right)^{\frac{x-1}{x+1}}$ ; 5)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+a}{x-a} \right)^x$ ; 6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+5x+4}{x^2-3x+7} \right)^x$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[2x]{1+3x}$ ; 8)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{x-2}}$ ; 9)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x+3) - \ln x)$ ; 10)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x-5) - \ln(x+1))$ ; 11)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1+\operatorname{tg} x}{1+\sin x} \right)^{\frac{1}{\sin x}}$ ; 12)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[x]{\cos \sqrt{x}}$ ; 13)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{5}{x}}$ ; 14)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$ ; 15)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos x}{\cos 2x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$ .

**Практическое занятие  
Непрерывность функции**

- Пользуясь определением, доказать непрерывность функции: 1)  $y = x^3$ ; 2)  $y = \sin x$ .
- Исследовать на непрерывность функции и построить их графики: 1)  $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ ; 2)  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ ; 3)  $f(x) = \begin{cases} 2, & x < 2 \\ \sqrt{4-x^2}, & -2 < x < 2 \\ x-2, & x > 2 \end{cases}$ ; 4)  $y = \frac{2^{\frac{1}{x-2}} - 1}{2^{\frac{1}{x-2}} + 1}$ ; 5)  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in [0;1] \\ -2, & x=1 \\ x+3, & x \in (1;3) \\ x-2, & x > 3 \end{cases}$ ; 6)  $y = \frac{1}{1-e^{1-x}}$ ; 7)  $y = 4^{\frac{2}{1-2x}}$ ; 8)  $y = \frac{1}{(x-1)(x-6)}$ ; 9)  $y = \frac{1+x}{1+x^3}$ ; 10)  $y = \frac{1}{e^{\frac{1}{x}} + 1}$ .

**Раздел 3. Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной**

**Практическое занятие. Правила дифференцирования**

- Найти производные следующих функций: 1)  $y = 11x^3 + 3x^2 - x - 0.7$ , 2)  $y = x^{\frac{3}{2}} - 2x^{-\frac{2}{3}} + 3x^{\frac{1}{3}}$ , 3)  $y = \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} - \frac{6}{7x^4}$ , 4)  $y = 5\sqrt{x} + 3x^{\frac{3}{2}}\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x}$ , 5)  $y = (3x-2)(7x+4)$ , 6)  $y = (\sqrt{x}+1)(\frac{3}{x} + 5x^3)$ , 7)  $y = (1+x)(x^2 + 4)^{\frac{3}{2}}$ , 8)  $y = \frac{2x}{1-x^2}$ , 9)  $y = \frac{x^2 + x + 2}{1-x^3}$ .

2. Найти производные следующих функций: 1)  $y = (3x^3 - 4x + 1)^5$ , 2)  $y = \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}$ , 3)  $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$ , 4)  $y = \left(\frac{a}{b}\right)^x \left(\frac{b}{x}\right)^a \left(\frac{x}{a}\right)^b$ , 5)  $y = \sin(\cos^2 x) \cdot \cos(\sin^2 x)$ , 6)  $y = \sin(\cos^2(\tan^3 x))$ , 7)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - \ln \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x}$ ; 8)  $y = \frac{1}{10} e^{-x} (3 \sin 3x - \cos 3x)$ ; 9)  $y = \ln \frac{\sqrt{x^2 + a^2} + x}{\sqrt{x^2 + a^2} - x}$ ; 10)  $y = \frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{6} \ln \frac{x-1}{x+1}$ ; 11)  $y = \frac{1}{\sqrt{3}} \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2 - \sqrt{3}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2 + \sqrt{3}}$ ; 12)  $y = \operatorname{arctg} \frac{x \sin a}{1 - x \cos a}$ ; 13)  $y = x^4 (a - 2x^3)^2$ .

2. Пусть  $\varphi(x), \psi(x)$  - дифференцируемые функции от  $x$ . Найти производную от функции  $y$ :
- 1)  $y = \sqrt{\varphi^2(x) + \psi^2(x)}$ , 2)  $y = e^{\varphi^2(x)} \cdot \ln \frac{\varphi(x)}{\psi(x)}$ .

3. Докажите, что функция  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2$  удовлетворяет дифференциальному уравнению  $xy' - 2x^2 = 3y$ .

4. Найти производную функции: 1)  $y = \operatorname{sh}^3 4x + \operatorname{ch}^3 \sqrt{x}$ , 2)  $y = \operatorname{sh}(\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}))$ , 3)

$$F(x) = \begin{vmatrix} x-1 & 1 & 2 \\ -3 & x & 3 \\ -2 & -3 & x+1 \end{vmatrix}.$$

5. Найти производную показательно-степенной функции:

$$1) y = x^x, 2) y = (x+1)^{\frac{1}{\sin x}}, 3) y = x^{\frac{x}{\ln^2 x}}, 4) y = x + x^x + x^{x^x}, 5) y = \left( \frac{\arcsin(\sin^2 x)}{\arccos(\cos^2 x)} \right)^{\operatorname{arctg}^2 x}.$$

6. Найти производную и построить график функции и ее производной

$$y = \begin{cases} 1-x & \text{при } -\infty < x < 1; \\ (1-x)(2-x) & \text{при } 1 \leq x \leq 2; \\ -(2-x) & \text{при } 2 < x < +\infty. \end{cases}$$

7. Найти логарифмическую производную от функций: 1)  $y = \frac{x^2}{1-x} \sqrt[3]{\frac{3-x}{(3+x)^2}}$ , 2)

$$y = (x + \sqrt{1+x^2})^n.$$

### Практическое занятие

#### Геометрический и механический смысл производной. Правило Лопитала

- Написать уравнение нормали и касательной к графику функции  $y = \frac{1}{x}$  в точке  $x = 2$ .
- Составить уравнение касательной и нормали к кривой  $y = (x+1)^{\sqrt[3]{3-x}}$  в точках с абсциссами  $x = -1, x = 2$ .
- Написать уравнение касательной и нормали к параболе  $y = x^2 + 2x - 1$  в точке пересечения с параболой  $y = 2x^2$ .
- На параболе  $y = x^2$  взяты 2 точки с абсциссами  $x_1 = 1; x_2 = 3$ . Через эти точки проведена секущая. В какой точке параболы касательная к ней будет параллельна проведенной секущей.

5. Точка движется прямолинейно под закону  $S = t^3$ . Найти мгновенную скорость в момент времени  $t = k$ .

6. Колесо вращается так, что величина угла поворота пропорциональна кубу времени. Первые два оборота были сделаны колесом за 4 с. Найти угловую скорость через 16 с. После начала движения.

7. Найти следующие пределы: 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2x - 1}{2x^3 + 3}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 2x - 1}{\sin x - \cos x}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x - x^4} - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[4]{x^3}}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}$ ; 6)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{\cos 2x}$ ; 5)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\tan x - \sec x)$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x - \sin x}$ ; 8)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 6x + 8}$ ; 9)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{x^2 + 2x - 15}$ ; 10)  $\lim_{x \rightarrow 2} (2 - x) \tan \frac{\pi x}{4}$ .

### Практическое занятие

## Производные и дифференциалы высших порядков, исследование функции на монотонность

1. Найти производную указанного порядка:

1)  $y = x\sqrt{1+x^2}$ ,  $y''$ , 2)  $y = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ ,  $y''$ , 3)  $y = x^2 \ln x$ ,  $y'''$ , 4)  $y = \sin x$ ,  $y^{(n)}$ , 5)  $y = \sqrt{x}$ ,  $y^{(10)}$ .

2. Вычислить дифференциал второго порядка для следующих функций: 1)  $y = \sqrt[3]{x^2}$ , 2)  $y = \ln \frac{1-x^2}{1+x^2}$ .

3. Найти производную указанного порядка:

1)  $y = x^2 \sin 2x$ ,  $y^{(50)}$ , 2)  $y = (4x^3 + 3x - 1)^{11} (x^4 + 4)^{12} (x^7 - 5)^6$ ,  $y^{(123)}$ ,  $y^{(124)}$ .

4. Определить промежутки монотонности функций: 1)  $y = 3x - x^3$ ; 2)  $y = \frac{\sqrt{x}}{x+100}$ ; 3)  $y = \frac{x^2}{2^x}$ ;

4)  $y = x^2 - \ln x^2$ ; 5)  $y = x \left( \sqrt{\frac{3}{2}} + \sin \ln x \right)$ ,  $f(0) = 0$ .

5. Найти экстремумы следующих функций: 1)  $y = \frac{x}{1+x^2}$ ; 2)  $y = x^2 e^{-x}$ ;  $y = \sqrt{x} \ln x$ ; 4)

$y = \ln x + \frac{1}{x}$ ; 5)  $y = \arctan x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$ .

### Практическое занятие

## Исследование функции и построение графиков функции

1. Исследовать и построить графики функций: 1)  $y = 2x^4 - x^2 + 1$ ; 2)  $y = x \ln x$ ; 3)  $y = x^2 e^{\frac{1}{x}}$ ; 4)  $y = x + \sin x$ ; 5)  $y = \ln \sin x$ ; 6)  $y = \frac{x^3}{4-x^2}$ .

## Раздел 4. Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной

### Практическое занятие

## Первообразная и неопределенный интеграл. Интегрирование заменой переменной и по частям.

1. Вычислить интегралы, используя метод непосредственного интегрирования:

$$1) \int (x^2 + 1)^3 dx; \quad 2) \int \left( \frac{2+x}{x} \right)^2 dx, \quad 3) \int \frac{\sqrt{x} - 3\sqrt[5]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx, \quad 4) \int (5shx - 7chx + 1) dx, \quad 5) \int \frac{e^{3x} - 1}{e^x - 1} dx.$$

2. Применяя метод подстановки, найти интегралы:

$$1) \int \frac{\sqrt{t g x}}{\cos^2 x} dx, \quad 2) \int \cos^{11} 2x \cdot \sin 2x dx, \quad 3) \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}, \quad 4) \int \frac{\ln x dx}{x \sqrt{1 + \ln x}}, \quad 5) \int \frac{\arctg \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{dx}{1+x}.$$

3. Применяя метод интегрирования по частям, найти интегралы:

$$1) \int x \ln x dx, \quad 2) \int (x^2 - 4x + 1) e^{-x} dx, \quad 3) \int \cos \ln x dx, \quad 4) \int x \cdot \arctg x dx, \quad 5) \int (e^x - \sin x)^2 dx.$$

**Практическое занятие**  
**Интегрирование рациональных функций.**

Найти интегралы:

$$1) \int \frac{dx}{(2x+3)^3}, \quad 2) \int \frac{dx}{2x^2+1}, \quad 3) \int \frac{x^4}{x-1} dx, \quad 4) \int \frac{2x+3}{(x-2)(x+5)} dx, \quad 5) \int \frac{x^5}{x^2+x-2} dx, \quad 6) \int \frac{x^2+1}{(x+1)^2(x-1)} dx, \quad 7) \int \left( \frac{x}{x^2-3x+2} \right)^2 dx, \quad 8) \int \frac{dx}{x^5+x^4-2x^3-2x^2+x+1}, \quad 9) \int \frac{xdx}{x^3-1}, \quad 10) \int \frac{(x^2+5x+4)dx}{x^4+5x^2+4}, \quad 11) \int \frac{dx}{x^6+1}.$$

**Практическое занятие**  
**Интегрирование тригонометрических функций**

Вычислить интегралы:

$$1) \int \sin^3 x \cdot \cos x dx; \quad 2) \int \operatorname{ctg} x \cdot dx; \quad 3) \int \cos^5 x dx; \quad 4) \int \operatorname{ctg}^3 x dx; \quad 5) \int \cos x \cdot \cos 3x \cdot \cos 5x dx; \quad 6) \int \frac{dx}{\sin x \cos^3 x}; \quad 7) \int \frac{dx}{\sin x}; \quad 8) \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}; \quad 9) \int \operatorname{tg}^5 x dx; \\ 10) \int \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx; \quad 11) \int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x}.$$

Практическое занятие **Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница**

1. Вычислить определенный интеграл:

$$1) \int_0^2 3x^2 dx; \quad 2) \int_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2 - 9}; \quad 3) \int_2^3 \frac{2x^4 - 5x^2 + 3}{x^2 - 1} dx; \quad 4) \int_1^2 x \ln x dx; \quad 5) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos^2 x dx; \quad 6) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3 + 2 \cos x}.$$

2. Не вычисляя интегралов, установить, какой из интегралов больше:

$$1) \int_0^1 x dx \quad \text{или} \quad \int_0^1 x^2 dx; \quad 2) \int_{-2}^{-1} \left( \frac{1}{3} \right)^x dx \quad \text{или} \quad \int_{-2}^{-1} 3^x dx.$$

$$3. \text{ Найти: } \int_0^2 f(x) dx, \text{ если } f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 2 - x & \text{при } 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

4. Вычислить определенный интеграл:

$$1) \int_0^1 \arccos x dx; 2) \int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx; 3) \int_0^1 x(2-x^2)^{12} dx; 4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sin 2x \sin 3x dx.$$

Практическое занятие **Приложение определенного интеграла.**

1. Найти площадь фигур, ограниченных кривыми: 1)  $y = x^2; x = a; x = b; y = 0; 2)$

$$\begin{cases} x = 2 + 3 \cos t, \\ y = 3 + 2 \sin t. \end{cases}$$

3)  $y = \arccos x; x = -1; x = 0; y = 0; 4) r = 1; r = 3; \varphi = \frac{\pi}{4}; \varphi = \frac{\pi}{3}; 5) r = 2 \cos \varphi; r = 1$  (вне круга);

2. Вычислить длину дуги плоской кривой: 1)  $y = \frac{x^2}{2}; x = 0; x = 1; 2)$

$$y = \ln \sin x; x = \frac{\pi}{3}; x = \frac{\pi}{2};$$

$$3) y = chx; x = 0; x = 1; 4) r = 1 - \cos \varphi; 5) \begin{cases} x = \frac{t^3}{3} - t; t = 0; t = 3, \\ y = t^2 + 2 \end{cases}$$

3. Вычислить объемы тел: 1) найти объем шара радиуса  $R$ .

2) Вычислить объем усеченного конуса с радиусами основания  $R$  и  $r$  и высотой  $h$ .

3) Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью образованной вращением вокруг оси  $OX$  синусоиды от  $x = 0$  до  $x = \pi$ .

4)  $y = 2x - x^2; y = 0$  вокруг оси  $OY$ .

Практическое занятие **Несобственные интегралы**

1. Вычислить несобственные интегралы: 1)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3}$ ; 2)  $\int_0^{+\infty} e^{-4x} dx$ ; 3)  $\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}$ ; 4)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 12}$ ;

5)  $\int_{-\infty}^0 xe^x dx$ ; 6)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$ . 2. Вычислить несобственные интегралы от неограниченных

функций: 1)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ ; 2)  $\int_0^1 x \ln x dx$ ; 3)  $\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$ ; 4)  $\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}$ ,  $\alpha > 0$ .

**Раздел 5. Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной**

Практическое занятие

**Функция нескольких переменных, ее область определения и график функции.**

1. Выразить площадь треугольника как функцию длин двух ее сторон  $x, y$  при условии, что известен полупериметр треугольника  $p$ .

2. Выразить объем конуса как функцию его образующей  $l$  и высоты  $h$ . Указать область определения этой функции.

3. Дано  $f(x; y) = \frac{(x+y)^2}{2xy}$ . Найти: а)  $f(2; 3)$ , б)  $f\left(1; \frac{y}{x}\right)$ , в)  $f(x; -x)$ , г)  $f(0; y)$ .

4. Дано  $f(x; y; z) = \frac{x-y}{y-z}$ . Показать, что  $f(-x; -y; -z) = f\left(1; \frac{y}{x}; \frac{z}{x}\right) = f(x; y; z)$ .
5. Найти область определения следующих функций: 1)  $z = \sqrt{y \cdot \sin x}$ ; 2)  $z = x + \arccos y$ ; 3)  $z = \frac{1}{\sqrt{y - \sqrt{x}}}$ ;
- 4)  $z = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{4 - y^2}$ ; 5)  $u = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ .
6. Найти семейство линий уровня функций: 1)  $z = xy$ ; 2)  $z = \frac{1}{x^2 + 2y^2}$ .
7. Найти поверхности уровня: 1)  $u = x^2 + y^2 + z^2$ ; 2)  $u = \frac{x^2 + y^2 + 2z}{x^2 + y^2}$ .
8. Построить тело, ограниченное поверхностями:  $y + z = 2$ ;  $z = 0$ ;  $x^2 = y$ .
9. Написать аналитическое выражение функции  $z = f(x; y)$  так, чтобы ее область определения была: 1) заключена между параболами  $y = x^2$ ;  $x = y^2$ ; 2) плоскость с выброшенной точкой  $A(2; -3)$ .

**Практическое занятие**  
**Частные производные и дифференциалы высших порядков.**

1. Найти  $\frac{dz}{dt}$ , если: 1)  $z = x^2 + y^2 + xy$ ,  $\begin{cases} x = a \sin t \\ y = a \cos t \end{cases}$ ; 2)  $z = x^y$ ,  $\begin{cases} x = \ln t \\ y = \sin t \end{cases}$ .
2. Дано  $z = f(x; y)$ ,  $x = X(u; v)$ ,  $y = Y(u; v)$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial v}$ ,  $dz$ . 1)  $z = x^3 + y^3$ ,  $\begin{cases} x = uv \\ y = \frac{u}{v} \end{cases}$ ; 2)  $z = \sqrt{x+y}$ ,  $\begin{cases} x = u \cdot \operatorname{tg} v \\ y = u \cdot \operatorname{ctg} v \end{cases}$ .
3. Для заданной функции найдите требуемую производную: 1)  $z = \sin x \cdot \sin y$ ,  $d^2 z$ ;
- 2)  $z = xy + \sin(x+y)$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ; 3)  $z = \sin(x+\cos y)$ ,  $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ ; 4)  $z = \cos(ax+e^y)$ ,  $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ ; 5)  $u = x^3 \sin y + y^3 \sin x$ ,  $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$ .

4. Проверить следующие равенства: 1)  $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ,  $z = \varphi(x^2 + y^2)$ ; 2)  $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$ ,  $z = \frac{y^2}{3x} + \varphi(xy)$ .

5. Построить тело:  $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ ;  $x^2 + y^2 = z^2$ .
6. Показать, что функция  $u(x, t) = A \sin(a \lambda t + \varphi) \sin \lambda x$ , удовлетворяет уравнению колебаний струны  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ .

7. Вычислить приближенно: 1)  $1,02^{4,07}$ ; 2)  $\ln(0,09^3 + 0,99^3)$ ; 3)  $\sqrt{5e^{0,02} + 2,04^2}$ .

**Практическое занятие № 6**  
**Экстремумы функции двух переменных**

1. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функции:
- 1)  $f(x, y) = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35$ ; 2)  $f(x, y) = 6x^2 - 7xy + 2y^2 + 6x - 3y$ ;

3)  $f(x, y) = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$

2. Для данной функции найти наибольшее и наименьшее значение в замкнутой области  $D$ :

1)  $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1; D: OX, OY, x + y = -5; 2) z = x^2 + y^2; D: 3|x| + 4|y| \leq 12$

3)  $z = x^2 + y^2 - 6x + 4y + 2, D: \text{прямоугольник с вершинами } A(4; -3), B(4; 2), C(1; 2), D(1; 3).$

4. Из всех прямоугольных параллелепипедов, имеющих данный объем, найти тот, полная поверхность которого наименьшая.

5. Представить положительное число  $a$ , в виде произведения трех положительных сомножителей так, чтобы их сумма была наименьшей.

6. На плоскости  $3x - 2z = 0$  найти точку, сумма квадратов расстояний которой от точек  $A(1, 1, 1), B(2, 3, 4)$  наименьшая.

7. В плоскости треугольника с вершинами  $A(x_1, y_1); D(x_2, y_2); C(x_3, y_3)$  найти точку, сумма квадратов расстояний которой до вершин треугольника является наименьшей.

**Практическое занятие №  
Двойной интеграл. Сведение двойного интеграла к повторному.**

1. Вычислить двойной интеграл по заданной области:

1)  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy; D: y = x, e = 2, x = 0, y = 1; 2) \int_D e^{x+\sin y} \cos y dx dy, D: 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$

3)  $\iint_D \sin(x+y) dx dy; D: x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}; 4) \iint_D y \ln x dx dy, D: xy = 1, y = \sqrt{x}, x = 2.$

2. Изменить порядок интегрирования:

1)  $\int_{-6}^2 dx \int_{\frac{x^2-1}{4}}^{2-x} f(x, y) dy; 2) \int_0^1 dy \int_{e^x}^e f(x, y) dx; 3) \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_2^4 dx \int_{\sqrt{x-2}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_4^6 dx \int_{\sqrt{x-2}}^2 f(x, y) dy.$

3. Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями:

1)  $x = y^2 - 2y, x + y = 0; 2) y = 4x - x^2, y = 2x^2 - 5x.$

4. Вычислить объем тела ограниченного поверхностями:

1)  $z = \frac{1}{2} y^2, 2x + 3y - 12 = 0, x = 0, z = 0; 2) x + y + z = 6, 3x + 2y = 12, 3x + y = 6, z = 0, y = 0.$

5. Вычислить и изобразить область: 1)  $\int_0^{\pi} dx \int_0^{1+\cos x} y^2 \sin x dy; 2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^1 y^4 dy.$

**Практическое занятие  
Тройной интеграл. Замена переменной в тройном интеграле.**

1. Найти объем тела: 1) тело № 1.; 2) тело № 2.; 3) тело № 3.; 4) тело № 4.

2. Вычислить тройной интеграл: 1)  $\iiint_V \frac{dxdydz}{(x+y+z)^3}; 1 \leq x \leq 2; 1 \leq y \leq 2; 1 \leq z \leq 2.$

2)  $\iiint_V \frac{z \ln(x^2 + y^2 + z^2 + 1)}{x^2 + y^2 + z^2 + 1} dxdydz, x^2 + y^2 + z^2 = 1; 3)$

$\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dxdydz, y^2 + z^2 = x^2; x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$

3. Работа по группам, вычислить объем тела: 1 гр.  $z = 4 - x^2 - y^2; x = 1; z = 0;$

2 гр.  $y = \sqrt{9 - x^2}, z = 3y, z = 0; 3$  гр.  $x^2 + y^2 = 4y, z = y, z = 2y; 4$  гр.  $y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{y}, x + z = 4, z = 0.$

5 гр. Тело № 5.  $x^2 + y^2 + z^2 = 2z, x^2 + y^2 = z^2.$

**Раздел 6. Математический анализ: ряды**

**Практическое занятие**

### Числовые ряды. Необходимый признак сходимости числовых рядов

1. Используя определение сходимости числовых рядов, определить поведение ряда:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{15^n}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 19n + 90}; 4) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+5)(2n+7)}; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 3^n}{21^n}$$

2. Применяя необходимый признак сходимости, определить расходимость ряда:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2n-3}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 5n + 8}{n^2 + 2}\right)^{n^2}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{3n-1}{2n+3}; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2 + 3n - 1}.$$

Практическое занятие.

### Признаки Даламбера и Коши

1. Исследовать ряд на сходимость, применяя признак Даламбера:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7}{5^{\frac{n}{2}}}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{3^n}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdots (4n-3)}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left(2 + \frac{1}{n}\right)^n}; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}.$$

2. Исследовать ряд на сходимость, применяя признак Коши:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1}\right)^{2n+1}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^n; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{an}{n+1}\right)^n, a > 0.$$

Практическое занятие

### Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов

Исследовать на сходимость ряд, если ряд сходится установить условно или абсолютно.

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2\sqrt{n+1}}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(n+1)}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)}{n(n+2)}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln 2; 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{2^n};$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n^2 - 1}{5 + 2n^2}; 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n \sqrt{\ln \ln n}}; 8) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}.$$

Практическое занятие № 7

### Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора

1. Разложить в ряд по степеням  $x$  функцию: 1)  $f(x) = 3^x$ ; 2)  $f(x) = e^{-2x}$ ; 3)  $f(x) = \sin^2 x$ .

2. Разложить функцию в ряд Тейлора в окрестности указанной точки: 1)

$$f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = 2; \quad 2) \quad f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 3}, x_0 = 2; \quad 3) \quad f(x) = \frac{\sqrt[3]{1+x^3} - 1}{x}; \quad 4)$$

$$f(x) = \frac{x^4 + x^3 - 4x^2 - 3x - 4}{x^2 + x - 2}, x_0 = -1.$$

3. Практическое занятие № 8

### 4. Приближенные вычисления с помощью степенных рядов

#### 5.

1. Вычислить с точностью до 0,001: 1)  $e$ ; 2)  $\sin 9^0$ ; 3)  $\operatorname{ch} 0,3$ ; 4)  $\ln 3$ ; 5)  $\ln 0,98$ ; 6)  $\sqrt{123}$ ; 7)  $\sqrt[3]{1,1}$ .

$$2. \text{Найти: } 1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2 - 2x - x^2}{x - \sin x}; 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{arctg} x}{x^3}; 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{e^x - 1 - x}.$$

$$3. \text{Вычислить с точностью до 0,0001: } 1) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx; 2) \int_0^{0.5} x \ln(1 + x^2) dx; 3) \int_0^{0.2} \frac{\sin x}{x} dx.$$

### Раздел 7. Дифференциальные уравнения

**Практическое занятие**  
**Однородные и линейные дифференциальные уравнения**

1. Решить уравнения: 1)  $xy' \sin(y/x) + x = y \sin(y/x)$ ; 2)  $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$ ; 3)  $xy' \ln(y/x) = x + y \ln(y/x)$ ; 4)  $y' = \frac{x+y}{x-y}$ ; 5)  $xyy' = y^2 + 2x^2$ ; 6)  $xy' = 2(y - \sqrt{xy})$ ; 7)  $y' = 4 + y/x + (y/x)^2$ ;  $y(1) = 2$ ; 8)  $xy' = xe^{y/x} + y$ ;  $y(1) = 0$ ; 9)  $\left(y' - \frac{y}{x}\right) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = 1$ ,  $y\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ ; 10)  $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}$ ,  $y(1) = e$ ; 11)  $x^2 y' + xy - x^2 - y^2 = 0$ ,  $y(1) = 0$ ; 12)  $y' \cos \frac{y}{x} - \frac{y}{x} \cos \frac{y}{x} + 1 = 0$ .

2. Найти кривую, у которой произведение абсциссы любой точки, принадлежащей кривой, на отрезок, отсекаемый нормалью на оси  $Ox$ , равна удвоенному квадрату расстояния этой точки от начала координат.

3. Решить уравнения: 1)  $xy' - y = x^2 \cos x$ ; 2)  $y' + 2xy = xe^{-x^2}$ ; 3)  $y' + \frac{n}{x}y = \frac{a}{x^n}$ ,  $y(1) = 0$ ; 4)  $y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x$ ,  $y(e) = \frac{e^2}{2}$ ; 5)  $y' \sin x - y \cos x = 1$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ ; 6)  $y' + y \cos x = \sin 2x$ ; 7)  $2y^2 dx + (x + e^y) dy = 0$ ,  $y(e) = 1$ ; 8)  $y' - y = \left(x + \frac{1}{x}\right) e^x$ ; 9)  $y' - \frac{y}{\sin x} = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ; 10)  $(y' + y)(x^2 + 1) = e^{-x}$ ,  $y(0) = 1$ .

4. Найти кривую, проходящую через точку  $P(0,1)$  и такую, что отрезок, отсекаемый касательной на оси ординат, равен абсциссе точки касания.

**Практическое занятие**  
**Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах**

- Решить уравнения: 1)  $(x + \sin y)dx + (x \cos y + \sin y)dy = 0$ ; 2)  $(y + e^x \sin y)dx + (x + e^x \cos y)dy = 0$ ; 3)  $(xy + \sin y)dx + (0,5x^2 + x \cos y)dy = 0$ ; 4)  $(x^2 + y^2 + y)dx + (2xy + x + e^y)dy = 0$ ,  $y(0) = 0$ ; 5)  $ye^x dx + (y + e^x)dy = 0$ ; 6)  $(y + x \ln y)dx + \left(\frac{x^2}{2y} + x + 1\right)dy = 0$ ; 7)  $(2xye^{x^2} + \ln y)dx + \left(e^{x^2} + \frac{x}{y}\right)dy = 0$ ,  $y(0) = 1$ ; 8)  $3x^2 y + \sin x = (\cos y - x^3)y'$ ; 9)  $\frac{(x-y)dx + (x+y)dy}{x^2 + y^2} = 0$ ; 10)

$$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + y\right)dx + \left(x + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)dy = 0, y(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

**Практическое занятие**  
**Дифференциальные уравнения позволяющие понизить порядок**

1. Решить уравнения: 1)  $y'' = xe^{-x}$ ; 2)  $y^{IV} = \cos^2 x$ ,  $y(0) = 1/32$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y''(0) = 1/8$ ,  $y'''(0) = 0$ ; 3)  $y''' = x \sin x$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y''(0) = 2$ ; 4)  $y''' \sin^4 x = \sin 2x$ ; 5)  $y'' = 2 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x$ .

2. Решить дифференциальные уравнения, не содержащие искомой функции: 1)  $y'' - \frac{y'}{x-1} = x(x-1)$ ,  $y(2) = 1$ ,  $y'(2) = -1$ ; 2)  $(1-x^2)y'' - xy' = 2$ ; 3)  $y'''(x-1) - y'' = 0$ ,  $y(2) = 2$ ,  $y'(2) = 1$ ,  $y''(2) = 1$ .

3. Решить дифференциальные уравнения, не содержащие независимой переменной: 1)  $y''(2y+3) - 2y'^2 = 0$ ; 2)  $yy'' - y'^2 = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ ; 3)  $a^2 y'^2 = 1 + y'^2$ .

4. Решить дифференциальные уравнения, однородные относительно функции и ее производных: 1)  $3y'^2 = 4yy'' + y^2$ ; 2)  $yy'' - y'^2 = 0$ ; 3)  $y'' = y'e^y$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .

### Практическое занятие

#### Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков

1. Найти общее решение уравнений: 1)  $y'' - y' - 2y = 0$ ; 2)  $y'' + 25y = 0$ ; 3)  $y^{IV} - 2y'' + y'' = 0$ ; 4)  $y^{IV} - 64y = 0$ ; 5)  $y^{IV} + 5y'' + 4y = 0$ ; 6)  $y'' - 4y' + 4y = 0$ , 7)  $y^V - 2y^{IV} - 16y' + 32y = 0$ ;
2. Найти решение уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям: 1)  $y'' + 5y' + 6y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -6$ ; 2)  $y'' + 3y' = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ ; 3)  $y'' + y = 0$ ,  $y'(0) = 1$ ,  $y'(\pi/3) = 0$ ; 4)  $y'' - 2y' + 10y = 0$ ,  $y(\pi/6) = 0$ ,  $y'(\pi/6) = e^{\pi/6}$ ; 5)  $y'' - 10y' + 25y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ ; 6)  $9y'' + y = 0$ ,  $y(3\pi/2) = 2$ ,  $y'(3\pi/2) = 0$ .

### Раздел 8. Теория вероятности

#### Практическое занятие.

#### **Основные определения. Событие, отношение и действия над ними.**

1. Какие из следующих событий достоверны: А – «два попадания при 3 выстрелах», В – «выплата рубля семью монетами», С – «наугад выбранное трехзначное число не больше 1000», Д – «наугад выбранное число, составленное из цифр 1,2,3 без повторений, меньше 400».
2. Какие из следующих событий невозможны: А – «опаздывание автобуса в субботние дни», В – «появление 17 очков при бросании 3 игральных костей», С – «появление слова МАМА при наборе букв А,А,М,М.», Д – «появление составленного из цифр 1,2,3,7,8 и кратного 9 числа при случайному однократном наборе указанных цифр», Е –«появление составленного из цифр 1,2,3,7,8 и кратного 3 числа при случайному однократном наборе указанных цифр»

Укажите достоверные и недостоверные события: А – «выплата 100 рублей 4-мя купюрами», В – «появление сразу 3-х лайнераов над аэропортом», С – «попадание в мишень при 3-х выстрилах», Д – «появление в окошке счетчика трехзначного числа, составленного из цифр 1,2,3 и кратного 5»,

3. Какие из событий являются частью другого события:

- А) А – «попадание в мишень первым выстрелом»;
- В – «попадание в мишень по меньшей мере одним из 4 выстрелов»;
- С – «попадание в мишень точно одним из 2 выстрелов»;
- Д – «попадание в мишень не более чем 5 выстрелами».

- В) мишень изображена на рисунке

- А – «попадание в круг»;
- В – «попадание в треугольник»;
- С – «попадание в квадрат».

4. Событие А – «попадание в мишень первым выстрелом». Событие В – «попадание в мишень вторым выстрелом». В чем состоит событие  $A \cup B$ ?

5. Событие А – «ученик учится без троек», Событие В – «ученик учится без двоек».

- Событие С – «ученик не отличник», В чем состоит событие  $A \cup B \cup C$ ? Событие А – «лотерейный выигрыш 10 рублей»,

- Событие В – «лотерейный выигрыш 20 рублей». Событие С – «лотерейный выигрыш 30 рублей», Событие Д – «лотерейный выигрыш 40 рублей» В чем состоит событие  $A \cup B \cup C \cup D$ ?

6. Событие А – «появление 2 гербов при подбрасывании 2 монет», Событие В – «появление герба и решки при подбрасывании 2 монет», В чем состоит событие  $A \cup B$ ?

7. Событие А – «появление 6 очков при подбрасывании игральной кости», Событие В – «появление 5 очков при подбрасывании игральной кости». Событие С – «появление 4 очков при подбрасывании игральной кости», В чем состоит событие  $A \cup B \cup C$ ?

8. Событие  $A$  – «появление нечетного числа очков при подбрасывании игральной кости», Событие  $B$  – «появление 3 очков при подбрасывании игральной кости».

Событие  $C$  – «появление 5 очков при подбрасывании игральной кости»,

В чем состоит событие  $A \cap B \cap C$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cap C$ ,  $B \cap C$ ?

9. Турист из пункта  $A$  в пункт  $B$  может попасть двумя дорогами. Обозначим события:

$A_1$  – «он пел первой дорогой»,

$A_2$  – «он шел второй дорогой».

Из  $B$  в  $C$  ведут три дороги. Обозначим события:

$B_1$  – «он шел первой дорогой»,

$B_2$  – «он шел второй дорогой»,

$B_3$  – «он шел третей дорогой».

Применяя понятия объединения и пересечения, а также противоположного события, постройте события, состоящее в том, что:

- От  $A$  до  $B$  он выбрал дорогу наугад, а от  $B$  до  $C$  пошел третьей дорогой;
- От  $A$  до  $B$  он шел первой дорогой, а от  $B$  до  $C$  – дорогой выбранной наугад;
- От  $A$  до  $B$  он шел не первой дорогой, а от  $B$  до  $C$  – не третьей;
- Он шел от  $A$  до  $C$ .

10. Наугад отобранная деталь может оказаться или первого сорта (событие  $A$ ), или второго (событие  $B$ ), или третьего (событие  $C$ ).

В чем состоит событие  $A \cup B$ ,  $\overline{A \cup C}$ ,  $A \cap C$ ,  $(A \cap B) \cup C$ ?

11. Пусть  $A$ ,  $B$  и  $C$  – случайные события, выраженные элементарными событиями одного и того же пространства элементарных событий. Запишите такие события:

- a) произошло только  $A$ ;
- b) произошло одно и только одно из данных событий;
- c) произошло два и только два из данных событий;
- d) произошли все три события;
- e) произошло хотя бы одно из данных событий;
- f) произошло не более двух событий.

12. В ящике имеются шары трех цветов: белые, черные и красные. Обозначим события:

$A$  – «наугад выбранный шар белый»,

$B$  – «наугад выбранный шар черный»,

$C$  – «наугад выбранный шар красный».

Используя понятия объединения, пересечения и противоположного события, проверьте правильность неравенств:

$$C = \overline{A \cap B}, B = \overline{A \cap C}, A \cup B \cup C = U, (A \cap B) \cap C = C, (A \cup B) \cap \overline{C} = U, A \cup C = \overline{B}.$$

13. Пусть  $A$ ,  $B$ ,  $C$  – три произвольных события. Найти выражение для события, состоящего в том, что из  $A$ ,  $B$ ,  $C$  произошли по крайней мере два события; только одно событие.

14. Монета бросается три раза. Описать пространство элементарных событий. Описать события:  $A$  – выпало не менее двух гербов;  $B$  – выпало два герба.

15. Из чисел 0,1,...,9 случайным образом выбирается одно число. Пусть событие  $A$  – выбранное число – нечетное, событие  $B$  – выбранное число – девять. Описать события:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ .

16. Событие  $A$  – «мужу больше 40 лет», событие  $B$  – «муж старше жены», событие  $C$  – «жене больше 40 лет». Что означает событие  $A \cap B$ ,  $A \cap \overline{B}$ ,  $A \setminus (B \cap C)$ ?

17. Бросаются два игральных кубика. Пусть  $A$  – событие, состоящее в том, что сумма очков нечетная,  $B$  – событие, состоящее в том, что хотя бы на одной из костей выпала единица. Описать события  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $\overline{A} \cap B$ .

18. Из таблицы случайных чисел наудачу взято одно число. Событие  $B$  – данное число оканчивается нулем, событие  $A$  – выбранное число делится на 5. Что означают события  $A \setminus B$ ,  $A \cap B$  ?

19. Произведено три выстрела по мишени. Описать пространство элементарных событий. Пусть событие  $A$  – мишень поражена хотя бы один раз, событие  $B$  – мишень поражена два раза. Описать события:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $\bar{A} \cup B$ .

### Элементы комбинаторики.

1. На тренировках занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть образовано тренером разных стартовых пятерок? (792)

2. В классе 30 учеников. Необходимо избрать старосту, комсорга и культорга класса. Сколькими способами можно образовать руководящую тройку, если одно лицо может занимать только один пост?

3. Сколько разных пятизначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4 и 5 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

4. Бригада строителей состоит из 16-ти штукатуров и 4 моляров. Сколькими способами бригаду можно разбить на 2: в одной 10 штукатуров и 2 моляра, 6 штукатуров и 2 моляра.

5. Из отряда солдат в 50 человек, среди которых есть 2 рядовых – однофамильца Ивановы, назначают в караул 4 человека.

а) Сколькоими случаями может быть поставлен караул?

б) В сколькоих случаях в карауле буду 2 Ивановых?

в) В сколькоих случаях в карауле будет 1 Иванов?

6. Имеется 5 кусков материи различных цветов. Сколько различных флагов можно составить из этих кусков, если каждый флаг состоит из 3 горизонтальных полос?

7. Сколько можно составить различных семизначных телефонных номеров?

8. Сколько телефонных номеров, у которых все цифры разные?

9. В почтовом отделении продаются открытки 10 сортов. Сколькими способами в нем можно купить 6 открыток?

10. Сколькоими способами можно поставить друг за другом 10 человек?

11. Сколькоими способами можно составить ожерелье из 7 жемчужин разного размера?

12. В магазине 5 сортов конфет. Сколько различных покупок, содержащих не более 3 сортов конфет можно сделать в этом магазине (покупки считаются одинаковыми, если они состоят из одинаковых сортов конфет)?

13. Сколькоими способами можно разместить 9 пассажиров в 3 вагона?

14. Сколькоими способами можно разместить в 2 кармана 9 монет разного достоинства?

15. Сколько абонентов может подключить МТС в г. Благовещенске:

а) номеров с повторяющимися цифрами?

б) номеров с неповторяющимися цифрами?

### Практическое занятие

#### Классическое определение вероятности.

1. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово КНИГА. Неграмотный мальчик перемешал буквы, а потом наугад их собрал. Какова вероятность того, что он опять составил слово КНИГА.

2. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях равна семи?

3. Брошены две игральные кости. Найти вероятности следующих событий:
- сумма выпавших очков рана восьми, а разность – четырем.
  - сумма выпавших очков равна восьми, если известно, что их разность равна четырем.
4. В коробке 6 одинаковых занумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем порядке.
5. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 10 карточек. Найти вероятность того, что среди них окажется нужная карточка.
6. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку на удачу отбираются 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных окажутся 5 отличников.
7. В 2 из 14 составленных кассиром счетов имеются ошибки. Ревизор решил проверить 5 счетов. Какова вероятность, что:
- ошибки не будет обнаружено,
  - будет обнаружена хотя бы одна ошибка.
8. В круг радиуса  $R$  помещен меньший круг радиуса  $r$ . Найти вероятность того, что точка, наудачу брошенная в большой круг, попадет и в малый круг.
9. В квадрат вписан круг. Найти вероятность того, что точка, брошенная в квадрат так, что ее положение в квадрате равновозможное, окажется внутри вписанного круга.
10. На отрезке  $L$  длины 8 см помещен меньший отрезок  $l$  длины 5 см. Найти вероятность того, что точка, наугад брошенная на большой отрезок, попадет также и на меньший отрезок.
11. В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины.
12. Два человека договорились встретиться между 9 и 10 часами утра. Пришедший первым ждет второго в течении 15 минут, после чего уходит (если не встретит). Найти вероятность того, что встреча состоится, если каждый наудачу выбирает момент своего прихода.
13. На плоскости нанесена сетка квадратов со стороной  $a$ . На плоскость наудачу брошена монета радиуса  $r < \frac{a}{2}$ . Найти вероятность того, что монета не пересечет ни одной из сторон квадрата. Предполагается, что вероятность попадания точки в плоскости фигуру пропорциональна площади фигуры и не зависит от ее расположения.
- Теорема сложения и умножения вероятностей. Условная и полная вероятность.**
1. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.
2. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет только один из стрелков.
3. Вероятности того, что нужная сборщику деталь содержится в первом, втором, третьем, четвертом ящике, соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8; 0,9;. Найти вероятность того, что деталь содержится:
- не более чем в трех ящиках,
  - не менее чем в двух ящиках.
4. В лотерее 10000 билетов. Установлено, что 10 билетов имеют выигрыш 2000 руб., 100 билетов – выигрышем по 1000 руб., 500 билетов по 250 руб., 1000 билетов – по 50 руб. Какова вероятность того, что билет выиграет на сумму не менее 250 рублей?

5. По самолету производится 3 одинаковых выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,4, при втором – 0,5, при третьем – 0,7. Для вывода самолета из строя заведомо достаточно 3 попадания, при одном попадании самолет выходит из строя с вероятностью 0,2, при двух попаданиях – с вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что при 3 попаданиях самолет будет выведен из строя.

6. Имеются 3 одинаковых на вид урны. В первой урне – 2 белых и 1 черный шар, во второй – 3 белых и 1 черный, в третьей – 2 белых и 2 черных шара. Некто выбирает наугад одну из урн и вынимает из нее шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.

7. В читальном зале имеется 6 учебников по теории вероятности, из которых 3 в переплете. Библиотекарь наудачу взял 2 учебника. Найти вероятность того, что оба учебника окажутся в переплете.

### Практическое занятие Полная и условная вероятность

1. Число грузовых автомобилей, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых, проезжающих по тому же шоссе, как  $5/4$ . Вероятность того, что будет заправляться грузовой автомобиль, равна 0,07; для легкового автомобиля эта вероятность равна 0,13. К бензоколонке подъехал для заправки автомобиль. Найти вероятность того, что это легковой автомобиль.

2. В пирамиде 7 винтовок, из которых 3 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,9, для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,75. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него?

3. В больницу поступают в среднем 30% больных с заболеванием А, 55% - с заболеванием В, 15% - с заболеванием С. Вероятность полного излечения болезни А равна 0,7; для болезни В и С эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,6. Больной поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием С.

4. Устройство состоит из 3 независимо работающих узлов. Вероятность безотказной работы первого узла равна 0,9, второго – 0,85, третьего – 0,96. Найти вероятность безотказной работы устройства.

5. В магазине продаются электролампы производства 3 заводов, причем доля первого завода – 30%, второго – 50%, третьего – 20%. Брак в их продукции составляет соответственно 5%, 3% и 2%. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампа оказалась бракованной.

6. В группе из 10 студентов пошедших на экзамен, 4 подготовлены отлично, 3 – хорошо, 2 – удовлетворительно, 1 – плохо. Имеется 30 вопросов, причем: отлично подготовленный студент может ответить на все вопросы, хорошо подготовленный – на 15, удовлетворительно подготовленный – на 10 и плохо подготовленный – на 5. Найти вероятность того, что вызванный наугад студент ответит на 3 заданных ему вопроса.

7. Случайно встреченное лицо может оказаться, с вероятностью 0,2 –бронетом; 0,3 – блондином, с вероятностью 0,4 – шатеном и с вероятностью 0,1 – рыжим. Какова вероятность того, что среди 3 случайно встреченных лиц:

- а) не менее 2 брюнетов,
- б) один блондин и два шатена,
- в) хотя бы один рыжий.

8. Банк может выдать кредит одному из 3 клиентов с вероятностью 0,4; 0,3; 0,3 соответственно. Вероятность возврата кредита для первого клиента равна 0,99; для второго – 0,91; для третьего – 0,39. Какова вероятность того, что клиент, получивший кредит, его вернет?

9. Вероятность того, что налоговая инспекция предъявит штраф первому предприятию – 0,2; второму – 0,3; третьему – 0,15. Найти вероятность того, что будут оштрафованы:

- а) 3 предприятия,
- б) 2 предприятия.

**Практическое занятие. Формула Бернулли. Производящая функция. Наивероятнейшее число.**

1. Два равносильных противника играют в шахматы. Что вероятнее выиграть:

- а) 1 партию из 2 или 2 из 4; б) не менее 2 партий из 4 или не менее 3 партий из 5. Ничья во внимание не принимается.

2. Монету бросают 5 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет:

- а) менее 2 раз; б) не менее 2 раз.

3. Событие В проявляется в случае, если событие А наступит не менее 4 раз. Найти вероятность наступления события В, если будет произведено 5 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А равна 0,8.

4. Найти вероятность того, что событие А появится не менее трех раз в четырех испытаниях, если вероятность появления события А в одном испытании равна 0,4.

5. В семье 5 детей. Найти вероятность того, что среди этих детей:

а) 2 мальчика; б) не более 2 мальчиков; в) более 2 мальчиков; г) не менее 2 и не более 3 мальчиков. Вероятность рождения мальчика в этой семье равна 0,51.

6. Отрезок АВ длиной 15 см разделен точкой С в отношении 2/1. На этот отрезок наудачу брошены 4 точки. Найти вероятность того, что две из них окажутся левее точки С и две – правее. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

7. Отрезок разделен на 4 равные части. На отрезок наудачу брошено 8 точек. Найти вероятность того, что на каждую из 4 частей отрезка попадет по 2 точки.

8. Из двух орудий производится залп по цели. Вероятность попадания в цель для первого орудия равна 0,8, для второго – 0,9. Найти вероятность событий: а) два попадания в цель; б) одно попадание; в) ни одного попадания; г) не менее одного попадания.

9. Четыре элемента вычислительного устройства работают независимо. Вероятность отказа первого элемента за время  $t$  равно 0,2, второго – 0,25, третьего – 0,3, четвертого – 0,4. Найти вероятность того, что за время  $t$  откажут: а) 4 элемента; б) 3 элемента; в) 2 элемента; г) 1 элемент; д) ни одного элемента; е) не более двух элементов.

10. Вероятность выздоровления больного в результате принятия нового способа лечения равна 0,8. Сколько вылечившихся из 100 больных можно ожидать с вероятностью 0,75?

11. В результате многолетних наблюдений установлено, что вероятность выпадения дождя 1 октября в данном городе равна  $1/7$ . Определить наивероятнейшее число дождливых дней 1 октября в данном городе за 40 лет.

12. Товаровед осматривает 24 образца товаров. Вероятность того, что каждый из образцов будет признан годным к продаже, равна 0,6. Найти наивероятнейшее число образцов, которое товаровед признает годными к продаже.

13. Вероятность того, что пассажир опаздывает к отправлению поезда, равна 0,02. Найти наиболее вероятное число опоздавших из 625 пассажиров и вероятность этого события?

14. Первый рабочий за смену может изготовить 120 изделий, а второй – 140 изделий, причем вероятности того, что эти изделия высшего сорта, составляют соответственно 0,94 и 0,8. Определить наивероятнейшее число изделий высшего сорта, изготовленных каждым рабочим.

15. Имеется 100 урн с белыми и черными шарами. Вероятность появления белого шара из каждой урны равна 0,6. Найти наивероятнейшее число урн, в которых все шары белые.

**Практическое занятие Закон распределения, функция распределения и плотность распределения, числовые характеристики дискретной случайной величины.**

1. В партии из 5 деталей имеется 3 стандартные. Наудачу отобраны 2 детали. Дискретная случайная величина – число стандартных деталей среди отобранных. Найти закон распределения случайной величины, числовые характеристики, функцию распределения и построить ее график.

2. В лотерее 1000 билетов, из них 50 – выигрышные. Куплено 3 билета. Дискретная случайная величина – число выигрышных билетов среди купленных. Найти закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения и построить ее график.

3. В лифт 6-этажного дома на первом этаже вошли 3 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью может выйти на любой этаж, начиная со второго. Дискретная случайная величина – число пассажиров, вышедших на 4 этаже. Найти закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения и построить ее график.

4. По каналу связи передают последовательно 3 сообщения, каждое из которых может быть искажено. Вероятности искажения первого, второго и третьего сообщений соответственно равны 0,1; 0,15; 0,2. Дискретная случайная величина – число правильно переданных сообщений. Найти закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения и построить ее график.

5. Дискретная величина  $X$  имеет только два возможных значения:  $x_1$  и  $x_2$ , причем  $x_2 > x_1$ . Вероятность того, что СВ примет значения  $x_1$  равна 0,6. Найти закон распределения  $X$ , если математическое ожидание и дисперсия известны:  $M(X) = 1,4$ ;  $D(X) = 0,24$

6. Найти дисперсию дискретной СВ  $X$  – числа появления события  $A$  в двух независимых испытаниях, если вероятности появления события в этих испытаниях одинаковы и известно, что  $M(X) = 0,9$ .

7. В партии из шести деталей имеется четыре стандартные. Наудачу отобраны три детали. Дискретная случайная величина – число стандартных деталей среди отобранных. Найти закон распределения СВ, числовые характеристики, функцию распределения и построить ее график.

8. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,8. У стрелка есть три патрона. При попадании в мишень стрельба прекращается. Дискретная случайная величина – число израсходованных патронов. Найти закон распределения СВ, числовые характеристики, функцию распределения и построить ее график.

9. Закон распределения случайной величины  $x$  такой:

x	0	1	2	3	4	5	6	7
p	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8

А величины у такой:

Y	1	2	3	4	5	6	7	8
P	1/4	1/8	1/16	1/16	1/16	1/16	1/8	1/4

Найдите математическое ожидание случайных величин  $x + y = l$ ,  $x - y = k$ ,  $x \cdot y = m$ , где  $x$  и  $y$  – независимые случайные величины.

10. Пользуясь свойствами математического ожидания, доказать, что  $M(X-Y)=M(X)-M(Y)$ .

11. Дискретная величина  $X$  имеет только три возможных значения:  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ , причем  $x_1 = 1$ , а также  $x_1 < x_2 < x_3$ . Вероятность того, что СВ примет значения  $x_1$  и  $x_2$  равны 0,2 и 0,3 соответственно. Найти закон распределения  $X$ , если математическое ожидание и дисперсия известны:  $M(X)=2,2$ ;  $D(X)=0,76$ .

12. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из нее 5 раз подряд извлекают шар, причем каждый раз вынутый шар возвращают в урну и шары перемешивают. Приняв за СВ число извлеченных белых шаров, составить закон распределения этой СВ, определить ее числовые характеристики.

13. У охотника 4 патрона. Он стреляет по зайцу, пока не попадет или пока не кончатся патроны. Найти математическое ожидание количества выстрелов, если вероятность попадания примерно равна 0,25.

14. В партии из 5 деталей имеется 3 стандартные. Наудачу отобраны 2 детали. Дискретная случайная величина – число стандартных деталей среди отобранных. Найти закон распределения случайной величины, числовые характеристики, функцию распределения и построить ее график.

## 6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

### 6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
УК-1 ОПК-8	Тест	Низкий (неудовлетворительно)	Количество правильных ответов на вопросы теста менее 60 %
		Пороговый (удовлетворительно)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 61-75 %
		Базовый (хорошо)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 76-84 %
		Высокий (отлично)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 85-100 %
УК-1 ПК-8	Контрольная работа	Низкий (неудовлетворительно)	студент: 1) правильно выполнил менее половины работы, 2) или допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3».
		Пороговый (удовлетворительно)	студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил при выполнении работы: 1) не более двух грубых ошибок, 2) или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета,

УК-1 ОПК-8	Ответ на практическом занятии		3) или не более двух – трех негрубых ошибок, 4) или одной негрубой ошибки и двух недочетов, 5) или при отсутствии ошибок, но при наличии 4 – 5 недочетов.
		Базовый (хорошо)	студент выполнил работу полностью (т.е. решил задачи), но допустил в ней 1) не более одной ошибки, 2) или не более двух недочетов.
		Высокий (отлично)	студент 1) выполнил работу без ошибок и недочетов, 2) или допустил не более одного недочета.
		Низкий (неудовлетворительно)	студент не может решить задачу, обнаруживает незнание большей части вопроса соответствующего задаче или заданию, допускает ошибки в формулировках определений, теорем, правил, искажает их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к овладению последующим материалом.
		Пороговый (удовлетворительно)	студент обнаруживает знания и понимание основных положений данной темы, но: 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определениях понятий, алгоритмах, формулировках правил, теорем, 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения, 3) излагает материал непоследовательно, допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.
		Базовый (хорошо)	студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1 – 2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого
		Высокий (отлично)	1) студент полно излагает материал, дает правильные определения, необходимые при решении задачи, 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания при решении задачи, 3) правильно решить задачу, грамотно оформить решение,

			4) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
--	--	--	---

## 6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является зачет, экзамен.

### Критерии оценивания устного ответа на зачете

Оценка «зачтено» выставляется студенту, если:

- Вопросы раскрыты, изложены логично, без существенных ошибок.
- Показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами.
- Продемонстрировано усвоение ранее изученных вопросов, сформированность компетенций, устойчивость используемых умений и навыков.
- Допускаются незначительные ошибки.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если:

- Не раскрыто основное содержание учебного материала.
- Обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала.
- Допущены ошибки в определении понятий, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.
- Не сформированы компетенции, умения и навыки.

### Критерии оценивания устного ответа на экзамене

Критерии оценивания:

- 1) полнота и правильность решения задачи,
- 2) полнота и правильность ответа при решении задачи,
- 3) степень осознанности, понимания изученного,
- 4) языковое оформление ответа,
- 5) грамотное оформление решения.

Оценка «отлично» ставится, если

- 1) студент полно излагает материал, дает правильные определения, необходимые при решении задачи,
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания при решении задачи,
- 3) правильно решить задачу, грамотно оформить решение,
- 4) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

Оценка «хорошо» ставится, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1 – 2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает знания и понимание основных положений данной темы, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определениях понятий, алгоритмах, формулировках правил, теорем,

- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения,  
 3) излагает материал непоследовательно, допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент не может решить задачу, обнаруживает незнание большей части вопроса соответствующего задаче или заданию, допускает ошибки в формулировках определений, теорем, правил, искажает их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к овладению последующим материалом.

### 6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

#### Примеры устных вопросов по теме матрицы

1. Дайте определение матрицы.
2. Перечислите виды матриц.
3. Дайте определение суммы, разности двух матриц.
4. Какие матрицы можно перемножать.

#### Пример контрольной работы

1. Исследовать совместность системы линейных уравнений. Если система совместна, то решить её с помощью формул Крамера: 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$$
2. Исследовать совместность системы линейных уравнений. Если система совместна, то с помощью метода Гаусса найти общее решение и указать одно частное решение: 
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 5x_1 + 3x_2 + 8x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$
3. Решить однородную систему уравнений: 
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0, \\ -2x_1 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$
4. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\bar{a} = 3\bar{p} + \bar{q}$  и  $\bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}$ , если  $|\bar{p}| = 4$ ,  $|\bar{q}| = 1$ , угол между векторами  $\bar{p}$  и  $\bar{q}$  равен  $\frac{\pi}{4}$ .
5. Данна пирамида с вершинами  $A_1(7; 2; 4)$ ,  $A_2(7; -1; -2)$ ,  $A_3(3; 3; 1)$ ,  $A_4(-4; 2; 1)$ . Найдите:

- 1) угол между рёбрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_4$ ;
- 2) объём пирамиды;
- 3) длину высоты, опущенной на грань  $A_1A_2A_3$ .

#### Пример теста

#### ЧАСТЬ А

К каждому заданию части А даны несколько ответов, из которых только один верный. Выполнив задание, выберите правильный ответ и укажите в бланке ответов.

А1. Величина определителя  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$  равна:

1) 1	2) 2	3) 3	4) 0	5) 4.
------	------	------	------	-------

А2. Матрица  $C = A + 2B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , имеет вид:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	2) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	3) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	4) $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$	5) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .
---	---	---	---	---

А3. Укажите решение системы линейных уравнений  $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2y - z = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ :

1) (1,1,1)	2) (1,2,3)	3) (2,1,3)	4) (3,2,1)	5) (0,0,1).
------------	------------	------------	------------	-------------

А4. Уравнение прямой проходящей через точки  $A(-1;0)$ ,  $B(0;1)$  имеет вид:

1) $y = 1 + x$	2) $y - x + 1 = 0$	3) $-y - x = 1$	4) $-1 + x = y$	5) $y = x$ .
----------------	--------------------	-----------------	-----------------	--------------

А5. Какую кривую 2-го порядка задает уравнение  $x^2 + 9y^2 = 25$ :

1) эллипс	2) парабола	3) гипербола.	4) пара параллельных прямых	5) пара пересекающихся прямых
-----------	-------------	---------------	-----------------------------	-------------------------------

А6. Какую поверхность задает уравнение  $x^2 + y^2 = z^2$ :

1) эллипсоид	2) однополостный гиперболоид	3) двуполостный гиперболоид	4) конус	5) эллиптический параболоид
--------------	------------------------------	-----------------------------	----------	-----------------------------

А7. Придел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 2}{3x^2 + 9x + 6}$  равен:

1) 0	2) 2/3	3) $\infty$	4) 3	5) 1.
------	--------	-------------	------	-------

А8. Значение производной функции  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5$  в точке  $x=1$  равно:

1) 0	2) 1	3) 7	4) 3	5) 4.
------	------	------	------	-------

А9. Интеграл  $\int_0^1 (3x^2 + 2x - 5)dx$  равен:

1) 3	2) 2	3) 0	4) 2	5) -3.
------	------	------	------	--------

А10. Исследовать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2 - 4}{3^n} (-1)^{n+1}$  на сходимость:

1) абсолютно сходиться	2) расходиться	3) условно сходиться.	4) частично сходится	5) условно расходится
------------------------	----------------	-----------------------	----------------------	-----------------------

А11. В сокращенной форме ряд  $1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots$  имеет вид:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^2}$	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$	3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$	4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n+2}$	5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n}$
---	---	--------------------------------------	--	--

А12. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 5y' - 6y = 0$  имеет вид:

1) $y = C_1 e^{6x} + C_2 e^x$	2) $y = e^{6x} + C_1 x + C_2$	3) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{6x}$
4) $y = C_1 x + C_2 x^2$	5) $y = C_1 e^{6x} + C_2 e^{5x}$ .	

А13. Брошены две игральные кости. Вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях будет меньше 5 равна:

1) 1/18	2) 1/2	3) 1/3	4) 1/6	5) 1/36.
---------	--------	--------	--------	----------

А14. Вероятность невозможного события равна:

1) 1	2) 1/2	3) 1/1000	4) 5	5) 0.
------	--------	-----------	------	-------

А15. Закон распределения случайной величины задан таблицей

$x$	1	2	3
$p$	0.3	0.2	0.5

Математическое ожидание равно:

1) 0,3	2) 1	3) 0,7	4) 2,2	5) 2,1.
--------	------	--------	--------	---------

## ЧАСТЬ В

К каждому заданию части В даны ответы, из которых верных несколько. Выполнив задание, выберите правильные ответы и укажите в бланке ответов.

В1. Какие из следующих уравнений задают прямую на плоскости:

1) $x + y = 1$	2) $x^2 + y^2 = 4$	3) $x^2 + 2y^2 = 8$	4) $x + 2 = 0$	5) $x^2 - y = 9$
----------------	--------------------	---------------------	----------------	------------------

В2. Из уравнений плоскости выберите те, которые пересекают все оси координат:

1) $x + 2y = 8$	2) $x + 3y - z - 5 = 0$	3) $y + z + 17 = x$	4) $x + y = 32z$	5) $x = 8$
-----------------	-------------------------	---------------------	------------------	------------

В3. Из представленных уравнений выбрать дифференциальные уравнения второго порядка:

1) $y'' + y' + 2y = 0$	2) $x^2 dy + y dx = 0$	3) $(y')^2 + 2y - 5x = 0$	4) $3x + y'' + y = 0$	5) $\frac{x^2 + 2}{y^2 + 1} = 5$
------------------------	------------------------	---------------------------	-----------------------	----------------------------------

В4. Укажите верное утверждение

1) Если $ A  = 0$ , то $ A^{-1}  = 0$	4) Если $ A  = 2$ , то $ A^{-1}  = -2$
2) Если $ A  = 2$ , то $ A^{-1}  = 0.5$	5) Если $ A  = 3$ , то $ A^{-1}  = 3$
3) Если $ A  = 1$ , то $ A^{-1}  = 1$	

В5. Выберите верное равенство: если  $\vec{a} = \vec{b}$ , то

1) $\alpha\vec{a} = \alpha\vec{b}$	2) $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{c}$	3) $\vec{a} + \vec{b} = 0$	4) $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$	5) $\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}  +  \vec{b} $
------------------------------------	--	----------------------------	--	--

## ЧАСТЬ С

Ответы к заданиям части С формулируете в свободной краткой форме и записывайте в бланк ответов.

С1. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, x \leq 2 \\ \frac{x}{2} - 1, -2 < x \leq 4 \\ 1, x > 4 \end{cases}$$

Вероятность  $P(3)$  равна?

С2.  $F(-\infty)$  равно?

С3. Составьте равнение касательной к кривой  $y = -x^2 + 3x + 7$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

С4. Чему равна площадь фигуры образованной кривой  $y = x^2 - 1$  и прямой  $y = 2$ .

С5. Вычислите  $\frac{\partial u}{\partial x}$  в точке  $F(0;0)$ ,  $u = 15x^2 \cos y + 3y^2 \cos x + 2x$ .

## **7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ**

**Информационные технологии** – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Официальный сайт БГПУ;
- Система электронного обучения ФГБОУ ВО «БГПУ»;
- Система тестирования на основе единого портала «Интернет-тестирования в сфере образования [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru)»;
- Электронные библиотечные системы;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий.

## **8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

## **9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ**

### **9.1 Литература**

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Выш. шк., 2006. – 326 с. (45 экз.)
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 1. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–303 с.(16 экз.)
3. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–415 с. (16 экз.)
4. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры: учебник для студ.вузов / А.Г. Курош. – СПб.: Лань, 2007. – 431 с. (13 экз.)

### **9.2 Базы данных и информационно-справочные системы**

1. Федеральный портал «Российское образование» - <http://www.edu.ru/>
2. Российский портал открытого образования - <https://openedu.ru/>
3. Портал Электронная библиотека: диссертации - <http://diss.rsl.ru/?menu=disscatalog>
4. Портал научной электронной библиотеки - <http://elibrary.ru/defaultx.asp>.
5. Сайт Института научной информации по общественным наукам РАН. - Режим доступа: <http://www.inion.ru>.

6. Сайт Министерства науки и высшего образования РФ. - Режим доступа: <https://minobrnauki.gov.ru>.

7. Сайт Министерства просвещения РФ <https://edu.gov.ru>.

### **9.3 Электронно-библиотечные ресурсы**

1. Polpred.com Обзор СМИ/Справочник <http://polpred.com/news>.
2. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.

## **10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА**

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (мультимедийные презентации).

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office.

**Разработчик: Ланина С.Ю., кандидат физико-математических наук, доцент.**

## **11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ**

### **Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2021/2022 уч. г.**

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2021/2022 уч. г. на заседании кафедры экономики, технологий и управления (протокол № 8 от «21» апреля 2021 г.).

### **Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2022/2023 уч. г.**

РПД пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022/2023 учебном году на заседании кафедры экономики, управления и технологий (протокол № 9 от «26» мая 2022 г.).

В рабочую программу внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1	
№ страницы с изменением: 40	
Из пункта 9.3 исключить:	В пункт 9.3 включить:
1. Polpred.com Обзор СМИ/Справочник ( <a href="http://polpred.com/news">http://polpred.com/news</a> ) 2. ЭБС «Лань» ( <a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a> )	1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ( <a href="https://elibrary.ru/defaultx.asp">https://elibrary.ru/defaultx.asp</a> ) 2. Образовательная платформа «Юрайт» ( <a href="https://urait.ru/info/lka">https://urait.ru/info/lka</a> )